

PALLA ANDREA
682777

Esercizio di Martedì 16 Ottobre

Si consideri un poligono di N lati inscritto nel cerchio di raggio unitario. Siano L_N la lunghezza di un lato del poligono e NL_N il perimetro. Si sa che il valore di π può essere stimato come $\pi = \frac{NL_N}{2}$.

La relazione tra un poligono di N lati ed uno di $2N$ lati è data dalla serie:

$$L_{2N}^2 = 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{L_N^2}{4}} \right) \quad (1)$$

Eseguire 40 passi della (1) partendo dal valore iniziale $L_4 = \sqrt{2}$ e stimare π . La (1) può essere utilizzata per questa stima? Perché?

Per prima cosa si genera un file “seriepigreco.m” che contiene la serie (1) fornita nell’esercizio. Tale file ha questa struttura:

```
L(4)=2^(1/2);  
for n=4:2^16  
    L(n+n)=(2*(1-(1-(L(n)^2)/4)^(1/2)))^(1/2);  
end
```

L’indice n della serie andrebbe spinto fino al valore 2^{40} , visto che ci vengono richiesti 40 passi della (1), ma una tale elaborazione in MATLAB richiede un tempo molto elevato. D’altro canto, già con il valore 2^{16} si riesce a provare il risultato. Infatti, eseguendo la serie ed utilizzando poi l’approssimazione fornita per π con n sufficientemente grande, MATLAB restituisce il valore:

```
>> seriepigreco  
>> (2^15)*L(2^16)
```

```
ans =  
  
    3.1416
```

Dunque la serie, già al passo $L(2^{16})$, ha fornito una buona approssimazione per π . È possibile osservare la convergenza al valore 3.1416 tra il passo $L(256)$ e il passo $L(512)$; infatti:

```
>> 256*L(512)
```

```
ans =  
  
    3.1416
```

```
>> 128*L(256)
```

```
ans =  
  
    3.1415
```