

530  
V182f.  
FN: 3260  
Ej: 8.

# FÍSICA VECTORIAL BÁSICA 3

ESCUELA POLITECNICA  
DEL EJERCITO  
BIBLIOTECA ESPE-L  
LATA CUNGA

No. 5065 Fecha: 05-12-2007  
Precio: 5.40 Donación: .....

VALLEJO - AYALA

## AUTOR:

• *Patricio Vallejo Ayala*, Ing. Mécanico EPN.

## IMPRESO POR:

**Gráficas Cobos**

Este libro no podrá ser reproducido total o parcialmente por ningún medio electrónico, mecánico, fotocopia o cualquier otro medio de reproducción, sin previa autorización por escrito del autor.

## FISICA VECTORIAL BASICA

Libro 3:	Primera Edición	Septiembre	1998
	Segunda Edición	Septiembre	1999
	Tercera Edición	Octubre	2000
	Cuarta Edición	Mayo	2001
	Quinta Edición	Septiembre	2001
	Sexta Edición	Septiembre	2002
	Séptima Edición	Septiembre	2003
	Octava Edición	Septiembre	2004
	Novena Edición	Agosto	2006

ISBN 9978 - 40 - 666 - 2  
INSCRIPCION: 012221

# Contenido

## 1. CALOR

1.1	Conceptos Generales.....	7
1.2	Temperatura.....	7
	Termómetros - Termometría.....	8
	Ejercicios.....	10
1.3	Dilatación.....	11
	Dilatación de sólidos.....	11
	Dilatación de líquidos.....	13
	Dilatación de gases.....	13
	Ejercicios.....	15
1.4	Teoría Cinética de los Gases.....	15
	Ley de Boyle-Mariotte.....	16
	Ley de Charles y Gay Lussac.....	16
	Ecuación de Estado de un Gas Ideal.....	16
	Teoría Cinética de los Gases.....	17
	Presión de un Gas.....	18
	Temperatura de un Gas.....	20
	Ejercicios.....	20
1.5	Calorimetría.....	21
	Transferencia de Calor.....	21
	Capacidad Calorífica Específica.....	21
	Calor - Latente.....	23
	Calorimetría.....	24
	Calorímetro.....	25
	Equivalente Mecánico del Calor.....	26
	Poder Calorífico o de Combustión.....	27
	Ejercicios.....	27
1.6	Leyes de la Termodinámica.....	28
	Primera Ley de la Termodinámica.....	29
	Segunda Ley de la Termodinámica.....	31
	Máquinas Térmicas.....	32
	Ciclo de Carnot.....	33
	Máquina de Vapor o Turbomáquina.....	34
	Máquina de Combustión Interna.....	35
	Ejercicios.....	38
	Ejercicios Propuestos.....	39
	Evaluación Objetiva.....	43

## 2. ONDAS

2.1	Conceptos Generales.....	51
2.2	Parámetros de una Onda.....	52
2.3	Ecuación de Onda.....	53
2.4	Principio de Superposición de Ondas.....	57
2.5	Interferencia.....	58
2.6	Reflexión.....	60
	Ondas Estacionarias.....	61
2.7	Refracción.....	63
2.8	Difracción.....	64
	Principio de Huygens.....	64
	Ejercicios.....	65
2.9	Sonido.....	65
	Velocidad del Sonido.....	66
	Cualidades del sonido.....	68
	Resonancia.....	70
	Tubos sonido.....	71
	Pulsaciones.....	73
	Efecto Doppler.....	73
	Ejercicios.....	76
	Ejercicios Propuestos.....	76
	Evaluación Objetiva.....	79

## 3. OPTICA GEOMETRICA

3.1	Conceptos Generales.....	85
3.2	Naturaleza de la Luz.....	85
3.3	Velocidad de la Luz.....	86
3.4	Espectro Electromagnético.....	86
3.5	Interferencia.....	87
3.6	Difracción.....	89
3.7	Polarización de la Luz.....	92
3.8	Reflexión.....	92
	Leyes de la Reflexión.....	93

Espejos.....	94
Espejo Cóncavo.....	96
Espejo Convexo.....	97
Ejercicios.....	99
<b>3.9 Refracción de la Luz.....</b>	<b>100</b>
Ley de Snell.....	101
Reflexión Total.....	101
Lentes.....	102
Lentes Convergentes.....	103
Lentes Divergentes.....	104
Combinación de Lentes.....	106
Aberraciones de las Lentes.....	107
Ejercicios.....	107
<b>3.10 Instrumentos Ópticos.....</b>	<b>108</b>
El Ojo Humano.....	108
Microscopio Simple o Lupa.....	109
Microscopio Compuesto.....	110
Telescopio.....	111
Dispersión de la Luz.....	111
Ejercicios Propuestos.....	113
Evaluación Objetiva.....	116
 <b>4. ELECTRICIDAD</b>	
<b>4.1 Conceptos Generales.....</b>	<b>123</b>
<b>4.2 Cargas Eléctricas.....</b>	<b>123</b>
Origen de las cargas eléctricas.....	124
Transferencia y cuantificación de la carga.....	125
<b>4.3 Campo Eléctrico.....</b>	<b>127</b>
Líneas del Campo Eléctrico.....	127
<b>4.4 Potencial Eléctrico.....</b>	<b>128</b>
Condensadores.....	130
Ejercicios.....	132
<b>4.5 Corriente Eléctrica.....</b>	<b>132</b>
<b>4.6 Resistencia Eléctrica. Ley de Ohm.....</b>	<b>133</b>
<b>4.7 Circuito Eléctrico.....</b>	<b>135</b>
Resistencias en Serie y Paralelo.....	136
Ejercicios.....	138
Capacitores en Serie y Paralelo.....	139

4.8	Potencia Eléctrica. Efecto Joule.....	141
	Ejercicios.....	142
4.9	Leyes de Kirchhoff .....	143
	Ejercicios.....	144
4.10	Electrólisis.....	145
4.11	Pilas.....	147
	Fuentes en Serie y Paralelo.....	148
	Ejercicios.....	150
	Ejercicios Propuestos.....	151
	Evaluación Objetiva.....	154

## 5. FUNDAMENTOS DE MAGNETISMO

5.1	Conceptos Generales.....	161
5.2	Polos Magnéticos.....	161
5.3	Campo Magnético.....	163
5.4	Corriente Eléctrica y Campo Magnético.....	165
	Ejercicios.....	169
5.5	Inducción Electromagnética.....	170
	Fuerza Electromotriz.....	170
	El Transformador.....	173
	Ejercicios.....	175
	Ejercicios Propuestos.....	175
	Evaluación Objetiva.....	178

# CAPITULO 1

## Calor

### 1.1 CONCEPTOS GENERALES.-

El calor es una forma de manifestación de la energía y como tal debe ser considerado al aplicar la ley de la conservación de la energía, para que el análisis de un evento sea más real. Los fenómenos en los que interviene el calor tienen una dirección determinada y además son irreversibles: así el calor fluye siempre del cuerpo más "caliente" al más "frío".

La ciencia dedicada al estudio de los fenómenos relacionados con el calor y la **temperatura** se denomina Termodinámica. Para el estudio de la Termodinámica conviene introducir los conceptos de sistema y alrededores.

Como **sistema** se considera cualquier objeto, cantidad de materia, región, etc., seleccionada para su estudio y considerada como independiente (mentalmente) de todo lo que le rodea, que es lo que se califica como **alrededor**.

El concepto **equilibrio** es primordial en la Termodinámica, porque el concepto de **estado** se asocia a la condición de equilibrio de un sistema.

Hasta ahora para describir el equilibrio y movimiento de un sistema se han considerado solo tres magnitudes fundamentales: longitud, masa y tiempo, con las cuales se pueden expresar las demás magnitudes físicas en mecánica. Sin embargo considerando los efectos térmicos es necesario definir otra magnitud fundamental: la temperatura.

### 1.2 TEMPERATURA.-

La temperatura ( $T$ ) es un concepto estadístico macroscópico importante en los sistemas de muchas partículas, relacionado con las sensaciones de calor y frío.

En un sistema de partículas se debe diferenciar la energía asociada con el movimiento del sistema como un todo y la energía asociada con el movimiento interno de sus partículas o moléculas. La **temperatura** es función de la energía cinética traslacional promedio de las partículas que conforman el sistema, por consiguiente es una propiedad independiente del movimiento del sistema como un todo. Se define intuitivamente la temperatura sin necesidad de conocer su naturaleza física, así cuando se siente que un cuerpo está "caliente" se dice que su temperatura ( $T$ ) es alta.

## 1.2.1 TERMOMETROS – TERMOMETRIA.-

Los cambios de temperatura en un sistema están acompañados por otros cambios físicos como: cambios de presión, longitud, volumen, color, resistencia eléctrica, etc., (los que se pueden cuantificar). Estas características se aprovechan para medir la temperatura de un sistema y en base a estas se tienen los diferentes tipos de aparatos para medir la temperatura (termómetros).

La construcción de un termómetro inicia con la selección de la propiedad (cambio de presión, longitud, etc.) que se va a cuantificar y con el establecimiento de la escala de temperatura.

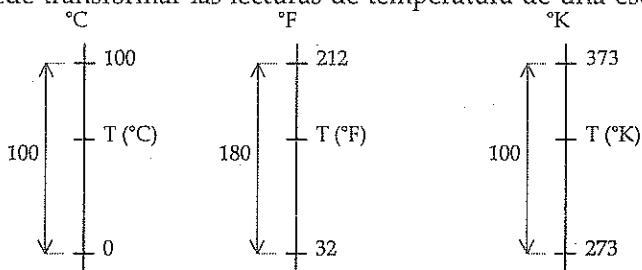
Para establecer la escala se seleccionan dos puntos fijos: el **punto inferior** (que generalmente se corresponde a la temperatura de congelación del agua) y el **punto superior** (que de manera general es la temperatura de ebullición del agua). A estos puntos se les asignan valores arbitrarios de temperatura.

Las escalas más utilizadas son la centígrada, la fahrenheit y la kelvin:

TABLA 1.2.1

Escala	Punto fijo inferior	Punto fijo superior
Centígrada	0° C	100° C
Fahrenheit	32° F	212° F
Kelvin <sup>1</sup>	273° K	373° K

Se puede transformar las lecturas de temperatura de una escala a otra, por ejemplo:



$$\frac{T(^{\circ}\text{C}) - 0^{\circ}\text{C}}{100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}} = \frac{T(^{\circ}\text{F}) - 32^{\circ}\text{F}}{212^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}}$$

<sup>1</sup> La escala Kelvin se conoce también como absoluta puesto que asigna el valor de cero para la temperatura a la que supuestamente cesan las vibraciones moleculares.



$$T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5^{\circ}\text{C}}{9^{\circ}\text{F}} [T(^{\circ}\text{F}) - 32(^{\circ}\text{F})] \quad (1.2.1)$$

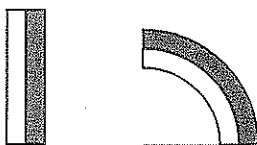
$$\frac{T(^{\circ}\text{K}) - 273^{\circ}\text{K}}{373^{\circ}\text{K} - 273^{\circ}\text{K}} = \frac{T(^{\circ}\text{C}) - 0^{\circ}\text{C}}{100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}}$$

$$T(^{\circ}\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273^{\circ}\text{K} \quad (1.2.2)$$

Los termómetros más comúnmente utilizados basan su funcionamiento en diferentes propiedades, así:

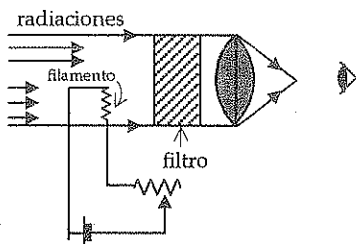
Los **termómetros de mercurio** se fundamentan en la considerable dilatación de este fluido con los aumentos de temperatura. Este tipo de termómetro tiene un rango de operación a temperaturas relativamente bajas ( $0^{\circ}\text{C}$  a  $200^{\circ}\text{C}$ ). Los **termómetros metálicos** se basan en el principio de dilatación de dos cintas metálicas de diferentes material unidas a lo largo de uno de sus extremos.

Por efecto del aumento de la temperatura, cada material se dilata de manera diferente y la cinta bimetalica sufre una deformación, así:



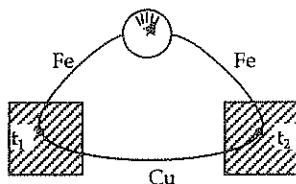
Este tipo de termómetros tiene un rango de operación más grande y temperaturas más elevadas.

El **pirómetro óptico** es un tipo de termómetro que se basa en el color de las radiaciones emitidas por el cuerpo caliente que se desea medir.



El pirómetro es útil para medir altas temperaturas

La termocupla es un tipo de termómetro que se fundamenta en la intensidad de corriente generada por el cambio de temperatura en el extremo de dos alambres de diferente material, unidos entre sí.



Este tipo de termómetro es útil para medir temperatura en sitios naccessibles.

Ejemplos:

1. La temperatura corporal normal es  $37^{\circ}\text{C}$ , ¿a qué temperatura Farenheit corresponde?

$$T(^{\circ}\text{F}) = \left[ \frac{9}{5}(37) + 32 \right]^{\circ}\text{F}$$

$$T(^{\circ}\text{F}) = 98.5^{\circ}\text{F}$$

2. Si la temperatura de un cuerpo se eleva en  $10^{\circ}\text{C}$ , ¿cuántos grados Farenheit y Kelvin aumenta?

$$\frac{10^{\circ}\text{C} \cdot 1^{\circ}\text{K}}{1^{\circ}\text{C}} = 10^{\circ}\text{K}$$

$$\frac{10^{\circ}\text{C} \cdot 1.8^{\circ}\text{F}}{1^{\circ}\text{C}} = 18^{\circ}\text{F}$$

Ejercicios

- 1.2.1 Encontrar la expresión para determinar la temperatura ( $t$ ) conociendo una temperatura ( $T$ ) sabiendo que los puntos fijos de estas dos escalas son ( $t_1, t_2$ ) y ( $T_1, T_2$ ), respectivamente.
- 1.2.2 ¿A qué temperatura coinciden las lecturas de las escalas Farenheit y Centígrada?

- 1.2.3 ¿A qué temperatura la lectura en la escala Kelvin es exactamente el doble de la lectura en la escala Farenheit?
- 1.2.4 Determinar el punto de congelación del agua en una escala de temperatura que marca  $150^{\circ}\text{X}$  a la temperatura de ebullición del agua y coincide con la escala Farenheit cuando esta marca  $20^{\circ}\text{F}$ .
- 1.2.5 Determinar el punto de ebullición y congelación del agua en una escala Z cuya temperatura coincide con la lectura centígrada a los  $50^{\circ}$  y sabiendo que  $1^{\circ}\text{C}=1.5^{\circ}\text{Z}$ .

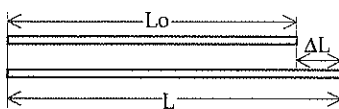
### 1.3 DILATACION.-

Cuando la temperatura de un sistema varía, las dimensiones del mismo cambian. Si la temperatura aumenta las dimensiones aumentan, esto se debe a que a nivel microscópico las partículas que conforman el sistema tienden a separarse debido al incremento de la energía cinética media.

#### 1.3.1 DILATACION DE SOLIDOS.-

Según la forma del cuerpo el fenómeno de la dilatación se da en mayor grado en una, dos o tres dimensiones.

Se conoce como **dilatación lineal** al fenómeno de dilatación cuando esta ocurre en mayor proporción en una sola dirección, como por ejemplo en una varilla metálica :



$$\Delta L = L - L_0 \quad (1.3.1)$$

Al calentar una varilla de longitud  $L_0$ , el incremento de longitud  $\Delta L$  es proporcional al incremento de temperatura ( $\Delta T$ ), a la longitud inicial ( $L_0$ ) y depende también del material.

$$\Delta L \propto \Delta T \cdot L_0$$

$$\Delta L = \alpha \cdot \Delta T \cdot L_0 \quad (1.3.2)$$

A la constante de proporcionalidad  $\alpha$  se le conoce como el coeficiente de dilatación lineal, sus valores dependen del material y se encuentran tabulados.

TABLA 1.3.1

Material <sup>2</sup>	Coeficiente $\alpha$ [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	Material	Coeficiente $\alpha$ [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]
Aluminio	$22 \times 10^{-6}$	Oro	$14.2 \times 10^{-6}$
Bronce	$17 \times 10^{-6}$	Plata	$18.3 \times 10^{-6}$
Cobre	$16.1 \times 10^{-6}$	Platino	$8.9 \times 10^{-6}$
Cromo	$8.6 \times 10^{-6}$	Plomo	$26.9 \times 10^{-6}$
Acero	$11.2 \times 10^{-6}$	Tungsteno	$4.3 \times 10^{-6}$
Hierro	$11.5 \times 10^{-6}$	Zinc	$35.4 \times 10^{-6}$
Niquel	$12.3 \times 10^{-6}$	Vidrio	$6 \times 10^{-7}$
Estaño	$20.3 \times 10^{-6}$	Constantán	$16 \times 10^{-6}$

UNIDADES

$$\frac{\Delta L}{\Delta T \cdot L_o} = \alpha$$

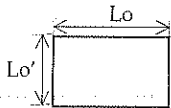
En el SI

$$\frac{[\text{m}]}{[^{\circ}\text{C}] \cdot [\text{m}]} = ^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ ó } ^{\circ}\text{K}^{-1}$$

En el Sistema Inglés

$$\frac{[\text{pie}]}{[^{\circ}\text{F}] \cdot [\text{pie}]} = ^{\circ}\text{F}^{-1}$$

La **dilatación superficial** es un tipo de dilatación que ocurre en forma más considerable en dos de las tres dimensiones de un cuerpo. Para su análisis se le considera como dos dilataciones lineales. Así:



$$\Delta L = L - L_o \tag{1.3.3}$$

$$\Delta L' = L' - L'_o \tag{1.3.4}$$

$$L = L_o (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$L' = L'_o (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$A = L \cdot L'$$

$$A = L_o \cdot L'_o (1 + \alpha \Delta T)^2 \tag{1.3.5}$$

$$A = A_o (1 + 2\alpha \Delta T + \alpha^2 \Delta T^2) \tag{1.3.6}$$

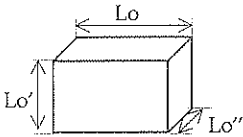
<sup>2</sup> Valores medios para el intervalo de 0° C - 100° C.

Despreciando el término  $\alpha^2 \Delta T^2$  por ser muy pequeño:

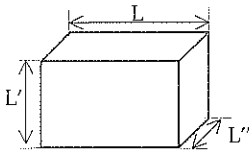
$$A = A_0 (1 + 2\alpha \Delta T) \quad (1.3.7)$$

Cuando la dilatación es considerable en las tres dimensiones se conoce como **dilatación volumétrica**.

De igual manera para el análisis de este fenómeno se considera como dilataciones lineales en cada una de sus tres dimensiones:



$$V = V_0 (1 + \alpha \Delta T)^3 \quad (1.3.8)$$



$$\text{Si } \beta = 3\alpha \quad (1.3.9)$$

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta T) \quad (1.3.10)$$

### 1.3.2 DILATACION DE LIQUIDOS.-

Al aumentar la temperatura, los líquidos se dilatan en las tres dimensiones y la ecuación que rige este fenómeno es la 1.3.8. Los coeficientes  $\beta$  para los líquidos también están tabulados.

TABLA 1.3.2

Líquido	Coeficiente $\beta$ [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]	Líquido	Coeficiente $\beta$ [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]
Acetona	$1.32 \times 10^{-3}$	Trementina	$9 \times 10^{-4}$
Alcohol etílico	$1 \times 10^{-3}$	Agua	$2.1 \times 10^{-4}$
Glicerina	$4.8 \times 10^{-4}$	Benceno	$11 \times 10^{-3}$
Petróleo	$8.9 \times 10^{-4}$	Mercurio	$1.8 \times 10^{-4}$
Tetracloruro de carbono	$1.18 \times 10^{-3}$	Disulfuro de carbono	$1.2 \times 10^{-3}$

### 1.3.3 DILATACION DE GASES.-

El fenómeno de dilatación es muy similar en los gases y en los líquidos con la diferencia de que en el caso de los gases la ecuación 1.3.8 se cumple a presión constante. Los valores de  $\beta$  están tabulados.

TABLA 1.3.3

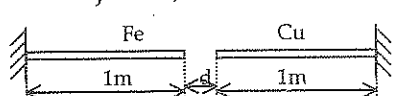
Gas	Coefficiente $\beta$ [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ] <sup>3</sup>
Aire	$3.6 \times 10^{-3}$
Dióxido de carbono	$3.7 \times 10^{-3}$
Dióxido de azufre	$3.8 \times 10^{-3}$
Oxígeno	$3.6 \times 10^{-3}$
Nitrógeno	$3.6 \times 10^{-3}$

Para los gases a baja presión el coeficiente de dilatación cúbica es prácticamente igual a:

$$\beta = \frac{1}{273^{\circ}\text{C}} = 3.6 \times 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1} \quad (1.3.11)$$

Ejemplos:

1. En la figura, ¿a qué temperatura se debe elevar el sistema para que las 2 varillas se junten, si  $d = 1\text{mm}$  a  $20^{\circ}\text{C}$ ?



$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{Fe}} &= \alpha_{\text{Fe}} \cdot \Delta T \cdot L_0 \\ \Delta L_{\text{Cu}} &= \alpha_{\text{Cu}} \cdot \Delta T \cdot L_0 \\ \Delta L_{\text{Fe}} + \Delta L_{\text{Cu}} &= 1 \text{ mm} \\ (\alpha_{\text{Fe}} + \alpha_{\text{Cu}}) \Delta T \cdot L_0 &= 1 \text{ mm} \\ (11.5 \times 10^{-6} + 16.1 \times 10^{-6}) (T_f - 20^{\circ}\text{C}) \cdot 1 \text{ m} &= 1 \times 10^{-3} \text{ m} \\ T_f &= 56.23^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

2. Si la densidad del dióxido de carbono (gas) es  $1.8 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$  a  $20^{\circ}\text{C}$ . Determinar su densidad a  $110^{\circ}\text{C}$ .

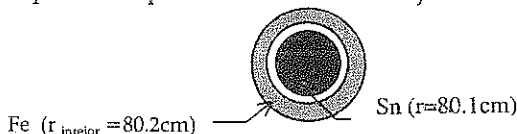
Tomando como base  $1 \text{ cm}^3$ :

$$\begin{aligned} m_{\text{CO}_2} &= 1.8 \times 10^{-3} \text{ g} \\ V &= V_0(1 + \beta \Delta T) \\ V &= 1 \text{ cm}^3(1 + 3.7 \times 10^{-3} \cdot 90) \\ V &= 1.33 \text{ cm}^3 \\ \Rightarrow \rho &= \frac{m}{v} = \frac{1.8 \times 10^{-3} \text{ g}}{1.33 \text{ cm}^3} = 1.35 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

<sup>3</sup> Entre  $0^{\circ}\text{C} - 100^{\circ}\text{C}$  a 1 atm.

## Ejercicios

- 1.3.1 Una varilla de hierro tiene 3 m de longitud a  $15^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué longitud tiene a  $250^{\circ}\text{C}$ ?
- 1.3.2 Dos esferas de bronce de 10cm de radio están separadas, cuando se encuentran a  $17^{\circ}\text{C}$  de temperatura, al calentarse a una temperatura de  $120^{\circ}\text{C}$  se juntan. ¿A qué distancia inicial se encontraban?
- 1.3.3 En la figura, determinar ¿a qué temperatura se juntan el anillo y el disco, conociendo que la temperatura inicial del conjunto es  $10^{\circ}\text{C}$ .



- 1.3.4 Una placa metálica cuya área mide  $50\text{ cm}^2$  aumenta  $0.5\text{ mm}^2$  al sufrir un calentamiento, con el mismo incremento de temperatura, un volumen de  $10\text{ cm}^3$  del mismo material, ¿cuánto aumentará en su volumen?
- 1.3.5 Un recipiente de acero lleno con un líquido en un 99% de su capacidad se empieza a desbordar al incrementarse su temperatura en  $100^{\circ}\text{C}$ , determinar el coeficiente de dilatación volumétrica del líquido.

## 1.4 TEORIA CINETICA DE LOS GASES.-

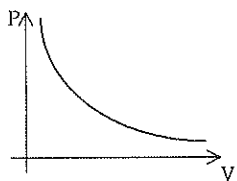
El estado gaseoso es aquel en el que las moléculas del sistema están muy separadas unas de otras, en relación al estado líquido y sólido, poseen mayor energía cinética y ocupan todo el volumen del recipiente que los contiene. Conviene, entonces, diferenciar entre gas y vapor; se considera como gas a aquella sustancia que en condiciones ambientales se encuentra en estado gaseoso, mientras que el vapor está naturalmente en cualquiera de los otros dos estados y por un proceso de calentamiento alcanza el estado gaseoso.

El estudio de los gases **reales** es complejo por lo tanto escapa del alcance de esta obra.

Como primera aproximación al estudio de los gases se considerará que estos son **ideales** y tienen como característica fundamental ser incondensables.

## 1.4.1 LEY DE BOYLE-MARIOTTE.-

Boyle determinó experimentalmente que el volumen de una determinada masa de un gas ideal a temperatura constante es inversamente proporcional a la presión del gas.

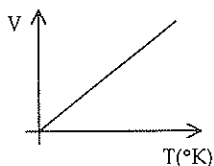


$$V \propto \frac{1}{P}$$

$$V \cdot P = \text{constante.} \quad (1.4.1)$$

## 1.4.2 LEY DE CHARLES Y GAY LUSSAC.-

Esta ley se determinó experimentalmente, manteniendo constante la presión de una masa determinada de un gas ideal y se observó que el volumen del mismo varía proporcionalmente con la temperatura absoluta.



$$V \propto T$$

$$\frac{V}{T} = \text{constante} \quad (1.4.2)$$

## 1.4.3 ECUACION DE ESTADO DE UN GAS IDEAL.-

Dicha ecuación surgió como resultado de la combinación de las leyes de Boyle-Mariotte y la de Charles-Gay Lussac y se expresa como:

$$V \propto \frac{T}{P}$$

$$V \cdot P = a \cdot T \quad (1.4.3)$$

Donde a es la constante de proporcionalidad y es igual a:

$$a = n \cdot R \quad (1.4.4)$$

Donde: n = número de moles del gas

R = constante universal de los gases = 0.082 l·atm/°K·mol



Por tanto la ecuación queda:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1.4.5)$$

$$n = \frac{m}{M} \quad (1.4.6)$$

Donde:  $m$  = masa del gas (g)

$M$  = peso molecular del gas (g/mol)

Ejemplos:

1. ¿Cuántos gramos de oxígeno se hallan contenidos en un recipiente de 3 litros a 20°C y 1 atm?

$$n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = \frac{1 \text{ atm} \cdot 3 \text{ l} \cdot ^\circ\text{K} \cdot \text{mol}}{0.082 \text{ l atm} \cdot (273 + 20)^\circ\text{K}}$$

$$n = 0.12 \text{ mol}$$

$$m = n \cdot M = 0.12 \text{ mol} \cdot 32 \text{ g/mol} = 4 \text{ g}$$

2. Un cierto gas ocupa 50 litros a 10°C y 1 atm de presión, ¿qué volumen ocupará a 200° C y 2 atm?

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot P_2}$$

$$V_2 = \frac{1 \text{ atm} \cdot 50 \text{ l} \cdot (10 + 273)^\circ\text{K}}{(200 + 273)^\circ\text{K} \cdot 2 \text{ atm}}$$

$$V_2 = 14.96 \text{ litros}$$

#### 1.4.4 TEORIA CINETICA DE LOS GASES.-

La teoría cinética estudia la materia a partir de los movimientos y choques entre sus moléculas, mediante la aplicación de las leyes de la mecánica clásica utilizando ciertos métodos estadísticos.

Esta teoría se basa en las siguientes hipótesis:

- El gas está formado por un gran número de moléculas que se mueven al azar.
- Se considera despreciable el volumen de las moléculas comparado con el volumen que ocupa el gas.

- Los choques intermoleculares y contra las paredes del recipiente que contiene el gas son perfectamente elásticos, es decir la cantidad de movimiento y la energía cinética de las moléculas se conservan.
- Las moléculas no interactúan entre sí (salvo durante los choques que además se consideran instantáneos).

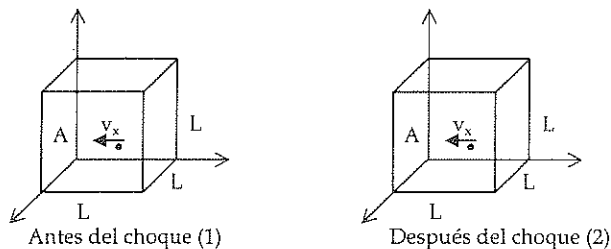
#### 1.4.4.1 PRESION DE UN GAS.-

Como se definió en el capítulo de hidrostática, la presión ( $P$ ) de un fluido se define como la fuerza normal ( $F$ ) ejercida sobre un área ( $A$ ) determinada, esto es:

$$P = \frac{F}{A} \quad (1.4.7)$$

Aplicando esta definición y el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal, puede determinarse la presión del gas.

Suponiendo que un gas ideal se encuentra contenido en un recipiente cúbico de lado  $L$  y analizando el choque de una de sus moléculas (1) de masa ( $m_1$ ) contra la cara  $A$  del recipiente se tiene:



$$\Delta p_1 = m_1 v_{x1} - (-m_1 v_{x1}) = 2 m_1 v_{x1} \quad (1.4.8)$$

$$F_{A1} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t_1} \quad (1.4.9)$$

Donde:  $\Delta t_1$  es el tiempo que transcurre hasta que la molécula vuelve a chocar la misma pared, es decir cuando la molécula ha recorrido una distancia igual a  $2L$ .

Por tanto:

$$\Delta t_1 = \frac{2L}{v_{x1}} \quad (1.4.10)$$

$$F_{A1} = \frac{2m_1 \cdot v_{x1}^2}{2L} = \frac{m_1 \cdot v_{x1}^2}{L} \quad (1.4.11)$$

Entonces la fuerza ejercida por  $N$  moléculas sobre una pared es: .....

$$F_A = \sum_{i=1}^N F_{Ai} \quad (1.4.12)$$

$$F_A = \sum_{i=1}^N \frac{m_i \cdot v_{xi}^2}{L} \quad (1.4.13)$$

Reemplazando en la ecuación 1.4.7 se tiene:

$$P_A = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{m_i \cdot v_{xi}^2}{L}}{L^2} \quad (1.4.14)$$

$$P_A = \sum_{i=1}^N \frac{m_i \cdot v_{xi}^2}{L^3} \quad (1.4.15)$$

Por tanto la presión total, considerando las tres direcciones XYZ, sería:

$$3P = \sum_{i=1}^N \frac{m_i \cdot v_i^2}{V} \quad (1.4.16)$$

Sabiendo que la energía cinética promedio de cada partícula es:

$$\overline{E_c} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \cdot v_i^2}{N} \quad (1.4.17)$$

Se tiene que:

$$P = \frac{2N\overline{E_c}}{3V} \quad (1.4.18)$$

## 1.4.4.2 TEMPERATURA DE UN GAS.-

Como se mencionó anteriormente, la temperatura es función de la energía cinética media de las moléculas, y partiendo de la ecuación 1.4.10 para un gas ideal, se tiene que:

$$P = \frac{2N\overline{E_c}}{3V} \quad (1.4.19)$$

$$P \cdot V = \frac{2N\overline{E_c}}{3} \quad (1.4.20)$$

Reemplazando la ecuación 1.4.5, se tiene que:

$$\overline{E_c} = \frac{3nRT}{2N} \quad (1.4.21)$$

$$\frac{nR}{N} = K \quad (1.4.22)$$

Donde: K es la constante Boltzmann  $= 1.38 \times 10^{-3} \frac{\text{Joul}}{\text{moléculas } ^\circ\text{K}}$

$$\overline{E_c} = \frac{3}{2}KT \quad (1.4.23)$$

De la ecuación 1.4.11 se concluye que la energía cinética promedio de una molécula depende solamente de la temperatura absoluta del sistema y no del tipo de sustancia.

La temperatura no mide la energía cinética total del sistema sino mas bien el nivel energético promedio entre todas las moléculas, al interior del mismo.

## Ejercicios

- 1.4.1 ¿Qué volumen ocupa 1 mol de gas ideal a  $0^\circ\text{C}$  y 1 atm.?
- 1.4.2 En un recipiente de 5 litros se tienen 30 g de nitrógeno ( $\text{N}_2$ ) a  $20^\circ\text{C}$ , se dejan escapar isotérmicamente 10 g, ¿en cuánto se redujo la presión en el recipiente?
- 1.4.3 Determinar la velocidad media de las moléculas de oxígeno ( $\text{O}_2$ ) a  $100^\circ\text{C}$ .
- 1.4.4 La velocidad media de las moléculas de hidrógeno ( $\text{H}_2$ ) es 1900 metros por segundo a 1 atm. Calcular la densidad del gas.
- 1.4.5 Un gas ideal a  $20^\circ\text{C}$  y 2 atm ocupa un volumen de 6 litros, se comprime isotérmicamente hasta 6 atm, ¿cuántas moles de gas deben dejar escapar para restituir la presión y la temperatura iniciales?

## 1.5 CALORIMETRIA.-

El calor (Q) es una forma de energía en tránsito que se transfiere de un cuerpo de mayor temperatura a otro de menor temperatura.

El flujo de calor ocurre hasta que las temperaturas se igualan (equilibrio térmico). Cuando un cuerpo se enfría, pierde calor (energía) y su temperatura disminuye; al contrario cuando un cuerpo se calienta gana calor (energía) y aumenta su temperatura.

Como el calor es una forma de energía puede medirse en unidades de energía como el Joule (J) pero se acostumbra utilizar también otro tipo de unidades como la caloría (cal) definida como la cantidad de calor necesario para elevar de 14.5° C a 15.5° C la temperatura de 1g de agua pura, y la unidad térmica británica (BTU) definida como la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura de 1lb de agua en 1° F.

### 1.5.1 TRANSFERENCIA DE CALOR.-

Transferencia de calor es el transporte de energía calórica de un cuerpo a otro generalmente de menor temperatura.

Existen tres tipos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. Los tres tipos de transferencia se pueden producir al mismo tiempo.

Conducción es la transferencia de calor de una parte de un cuerpo a otra del mismo cuerpo o bien de un cuerpo a otro que está en contacto físico con él, sin desplazamiento apreciable de las partículas del cuerpo. Ejemplo: la ropa se plancha por conducción del calor de la placa metálica caliente al tejido.

Convección es la transferencia de calor de un punto a otro dentro de un fluido, mediante la mezcla de una porción del fluido con otra. Ejemplo: en la mezcla de agua caliente con agua fría se realiza la transferencia de calor por convección.

Radiación es la transferencia de calor de un cuerpo a otro que no se encuentra en contacto con él, por medio del movimiento ondulatorio a través del espacio. Ejemplo: el Sol calienta a la Tierra por radiación.

### 1.5.2 CAPACIDAD CALORIFICA ESPECIFICA.-

La capacidad calorífica específica o calor específico ( $C_p$ ) a presión constante, se define como la cantidad de calor necesaria para elevar un grado de temperatura una masa unitaria de sustancia, mientras no cambie su estado. El calor

específico es diferente para cada material y representa la dificultad o facilidad del mismo a los cambios de temperatura.

El calor total ganado o perdido ( $Q$ ) por un cuerpo, que recibe o transfiere calor a otro hasta alcanzar el equilibrio térmico, se conoce como calor sensible, mientras no ocurra un cambio de estado. Este calor ( $Q$ ) es directamente proporcional a la variación de temperatura ( $\Delta T$ ) y a la masa ( $m$ ) del cuerpo.

$$Q \propto m \cdot \Delta T$$

$$Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T \quad (1.5.1)$$

Donde:  $C_p$  = constante de proporcionalidad

$$\Delta T = (T_{\text{final}} - T_{\text{Inicial}})$$

UNIDADES:

$$\frac{Q}{m \cdot \Delta T} = C_p$$

En el Sistema C.G.S.

$$\frac{[\text{cal}]}{[\text{g}] \cdot [^{\circ}\text{C}]} = C_p$$

En el Sistema Inglés

$$\frac{[\text{BTU}]}{[\text{lb}] \cdot [^{\circ}\text{F}]} = C_p$$

A continuación se presenta una tabla con los valores de  $C_p$  para los materiales más comunes:

TABLA 1.5.2

Sustancia	$C_p$ [cal/g°C]	Sustancia	$C_p$ [cal/g°C]
Agua	1	Mécurio	0.033
Acero	0.12	Cobre	0.094
Gasolina	0.53	Hierro	0.10
Hormigón	0.16	Vidrio	0.15-0.20
Hielo (agua)	0.46	Madera	0.55
Aluminio	0.21	Asbesto	0.25
Vapor (agua)	0.48	Aire	0.24

Los valores de la tabla 1.5.2 se pueden considerar constantes para un amplio rango de temperatura como una primera aproximación, pero en realidad estos valores dependen de la temperatura, sobre todo en los gases.

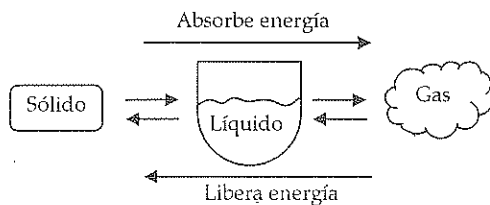
### 1.5.3 CALOR LATENTE.-

La materia se presenta en los siguientes estados:

- Sólido, en el que las moléculas se encuentran muy cerca unas de otras y poseen baja energía cinética.
- Líquido, en el que las moléculas se encuentran dispuestas a mayor distancia que en los sólidos y poseen mayor energía cinética.
- Gaseoso, en el que las moléculas se encuentran a mayor distancia una de otras que en los líquidos y poseen mayor energía cinética.

Una sustancia puede cambiar de un estado a otro absorbiendo o desprendiendo calor. Si se suministra energía a 1g de sustancia sólida su temperatura se eleva hasta una tal ( $T_f$ ) en la que deja de aumentar a pesar de que el flujo de calor continúa. El calor transferido ( $L_f$ ) mientras la temperatura se mantiene constante, rompe la rígida estructura molecular del sólido, es decir, se funde y pasa al estado líquido; la temperatura ( $T_f$ ) no cambia mientras no se funda todo el sólido.

Completa la fusión, la temperatura del líquido empieza a elevarse y continúa mientras el suministro de calor persista, hasta alcanzar la temperatura de ebullición ( $T_{eb}$ ) que permanece constante mientras sigue absorbiendo una cantidad de calor ( $L_v$ ) que convierte el líquido en vapor; de la misma manera la temperatura ( $T_{eb}$ ) no varía hasta que todo el líquido se evapora. El proceso de fusión (evaporación) es reversible y el calor suministrado ( $L_v$ ) para fundir (evaporar) 1g de sustancia es el mismo que libera al solidificarse (condensarlo).



Por tanto, el calor latente de fusión ( $L_f$ ) se define como la cantidad de calor necesaria para fundir una masa unitaria (por ejemplo 1g) a presión y temperatura constantes ( $T_f$ ); y el calor latente de vaporización ( $L_v$ ) es la cantidad de calor necesaria para evaporar una masa unitaria (por ejemplo 1g) a presión y temperatura constantes ( $T_{eb}$ ).

Los valores  $L_f$ ,  $T_f$ ,  $L_v$ , y  $T_{eb}$  son características de cada material y sus valores para las sustancias más comunes, a 1 atm., están tabulados a continuación:

TABLA 1.5.3

Sustancia	$T_f$ [°C]	$L_f$ [cal/g]	$T_{eb}$ [°C]	$L_v$ [cal/g]
Agua	0	79.78	100	540.5
Mercurio	-38.9	2.78	361	69.69
Aluminio	660	91.51	2057	2261.55
Cobre	1083	48.95	2595	1145.89
Hierro	1530	63.74	2735	1514.85
Plomo	327.4	5.91	1744	203.00
Oxígeno	-218.9	3.31	1830	50.91
Etanol	-114.4	25.76	78.3	204.26
Plata	960.5	25.03	2212	562.89

Entonces, el calor total ( $Q$ ) para fundir o congelar una masa ( $m$ ) de una sustancia está dado por:

$$Q = m \cdot L_f \quad (1.5.2)$$

y el calor total ( $Q$ ) para evaporar o condensar una masa ( $m$ ) de una sustancia está dada por:

$$Q = m \cdot L_v \quad (1.5.3)$$

#### 1.5.4 CALORIMETRIA.-

Es el estudio de la medida de las cantidades de calor. Fundamentalmente se basa en la aplicación del principio de conservación de la energía y como resultado pueden determinarse  $C_p$ ,  $L_v$  ó cualquier otra variable térmica que intervenga en el proceso analizado.

La calorimetría se sustenta en tres proposiciones:

1. Cuando dos cuerpos A y B intercambian calor sin ganar o perder energía con otros cuerpos (es decir cuando el sistema está aislado) la cantidad de calor cedido ( $Q_A$ ) por uno de ellos es igual a la cantidad de calor recibido ( $Q_B$ ) por el otro.
 
$$Q_A = - Q_B \quad (1.5.4)$$
2. En un sistema aislado, el calor pasa espontáneamente de un cuerpo de mayor temperatura a otro cuerpo de menor temperatura hasta alcanzar el equilibrio térmico, sin importar cuanto tarde el proceso.
3. La cantidad de calor sensible recibida por un cuerpo para elevar  $X^\circ$  su temperatura es igual a la cantidad de calor cedida por el cuerpo para disminuir su temperatura los mismos  $X^\circ$ .



La cantidad de calor recibida por un cuerpo para fundirse (evaporarse) totalmente es igual a la cantidad de calor cedida por el mismo para congelarse (condensarse) totalmente.

Ejemplo:

1. ¿Qué cantidad de calor deben recibir 10 g de mercurio para pasar de 20°C a 50°C y qué cantidad de calor deben ceder los 10 g de mercurio para enfriarse nuevamente a 20°C?

$$Q_B = m_{Hg} \cdot C_{p_{Hg}} \cdot \Delta T_{Hg}$$

$$Q_B = 10g \cdot 0.033 \text{ cal/g}^\circ\text{C} (50-20)^\circ\text{C}$$

$$Q_B = 9.9 \text{ cal}$$

$$Q_A = m_{Hg} \cdot C_{p_{Hg}} \cdot \Delta T_{Hg}$$

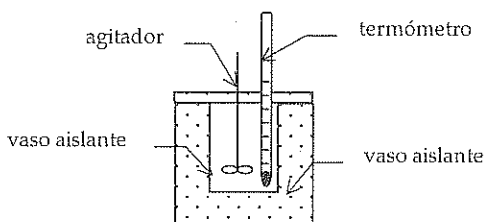
$$Q_A = 10g \cdot 0.033 \text{ cal/g}^\circ\text{C} (20-50)^\circ\text{C}$$

$$Q_A = -9.9 \text{ cal}$$

De este ejemplo se concluye que se cumple la tercera proposición y que el signo matemático está relacionado con la interpretación física, así el signo (+) de  $Q_B$  indica que el cuerpo gana calor y el signo (-) de  $Q_A$  indica que el cuerpo perdió calor durante el proceso.

#### 1.5.4.1 CALORIMETRO.-

El calorímetro, denominado también vaso térmico, es un sistema aislado térmicamente, que puede estar constituido por dos vasos separados por un material aislante (aire, lana de vidrio, espuma flex, etc.) o vacío, cuyas paredes externas son pulidas para lograr un mejor aislamiento térmico. Generalmente este aparato dispone de un agitador sujeto en la tapa que también contiene material aislante. Todos los elementos constituyentes del calorímetro determinan que un sistema que



transfiera calor entre sus componentes en el vaso interno, esté perfectamente aislado, es decir cumpla con la primera proposición.

Un calorímetro siempre se utiliza acompañado de un termómetro que ayuda a registrar las variaciones de temperatura.

Ejemplo:

- 1.- Se tienen 200 ml de un líquido de densidad  $1.15 \text{ g/cm}^3$  a  $70^\circ\text{C}$  en un calorímetro de 400 g y cuyo  $C_p$  es  $0.21 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ , se añaden 60 ml del mismo líquido a  $15^\circ\text{C}$  y la temperatura final registrada una vez alcanzada el equilibrio térmico es  $58^\circ\text{C}$ . Determinar el  $C_p$  del líquido.

$$Q_{p_l} + Q_{p_c} = -Q_{g_{\text{añadido}}}$$

$$m_l \cdot C_{p_l} \Delta T_l + m_c \cdot C_{p_c} \Delta T_l = -m_{\ell} \cdot C_{p_{\ell}} \Delta T_{\ell}$$

$$230\text{g} \cdot C_{p_l} (50-70)^\circ\text{C} + 400\text{g} \cdot 0.21 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} (58-70)^\circ\text{C} = -69\text{g} \cdot C_{p_{\ell}} (58-15)^\circ\text{C}$$

$$C_{p_{\ell}} = 0.27 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

- 2.- En un vaso térmico que contiene un refresco a  $25^\circ\text{C}$  se coloca un cubo de hielo de 15 g a  $-5^\circ\text{C}$ , ¿cuál es la temperatura final del refresco?, suponiendo que el  $C_p$  del conjunto vaso térmico-refresco es  $0.35 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$  y la masa inicial del mismo 370 g.

$$-Q_{p_{VR}} = Q_{g_H}$$

$$-[370\text{g} \cdot 0.35 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} (T_f - 25^\circ\text{C})] = [15\text{g} \cdot 0.46 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} (0 - (-5)) + 15\text{g} \cdot 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} + 15\text{g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} (T_f - 0^\circ\text{C})]$$

$$T_f = 13.86^\circ\text{C}$$

### 1.5.5 EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR.-

Cuando dos cuerpos se frotan, el trabajo empleado para vencer la fricción se convierte en la energía necesaria (calor) para elevar la temperatura.

Joule estableció que el trabajo (W) realizado es directamente proporcional al calor (Q) generado al frotar dos cuerpos entre sí.

$$W \propto Q$$

$$W = J \cdot Q \quad (1.5.5)$$

Donde: J es la constante de proporcionalidad

El valor de J puede obtenerse solo experimentalmente y su valor es:

$$J = 4.18 \text{ Joules/cal}$$

J se conoce como **equivalente mecánico del calor**.

## 1.5.6 PODER CALORIFICO O DE COMBUSTION.-

Se conoce como poder calorífico de una sustancia a la cantidad de calor que libera una masa unitaria de la misma al combustionarse, es característico de cada sustancia. Los valores correspondientes a algunas sustancias comunes se muestran en la siguiente tabla:

TABLA 1.5.6

Sustancia	Poder calorífico (Kcal/g)
Metano	12,000
Benceno	10,000
Carbón	7,800
Hidrógeno	30,000
Monóxido de carbono	2,400
Butano	11,500
Propano	11,500
Octano	11,000

## Ejercicios

- 1.5.1 ¿Cuánto calor en total se debe transferir a un cubo de hielo de 15 g a  $-5^{\circ}\text{C}$  hasta evaporarlo un 60% a 1 atm de presión?
- 1.5.2 En un calorímetro de aluminio de 500 g con 200 ml de agua a  $20^{\circ}\text{C}$  se coloca un bloque macizo de acero de 50 g a  $70^{\circ}\text{C}$ . Determinar la temperatura del sistema cuando se alcanza el equilibrio.
- 1.5.3 ¿Cuánto vapor de agua a  $100^{\circ}\text{C}$  y 1 atm se debe burbujear a 100 ml de agua a  $17^{\circ}\text{C}$  para que la temperatura llegue a  $35^{\circ}\text{C}$ ?
- 1.5.4 Se vierten 50 ml de agua a  $20^{\circ}\text{C}$  sobre un bloque de hielo de 50 g a  $0^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué porcentaje de hielo se derrite?
- 1.5.5 Se mezclan en un recipiente 20 ml de agua a  $50^{\circ}\text{C}$ , 20 g de hielo a  $-20^{\circ}\text{C}$  y 20 g de vapor a  $120^{\circ}\text{C}$  y 1 atm. Determinar la temperatura de la mezcla cuando se alcanza el equilibrio y cuál es su composición.

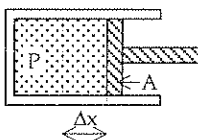
## 1.6 LEYES DE LA TERMODINAMICA.-

La Termodinámica se ocupa de los principios de la transformación de la energía en sistemas macroscópicos.

Las leyes de la Termodinámica son las restricciones generales que se aplican a todo este género de transformaciones. Estas leyes son primitivas y no se pueden derivar de bases más fundamentales.

Es necesario entonces, definir el trabajo (de volumen) de un gas y la energía interna de un sistema.

Suponiendo que un gas se expande a presión constante,



el trabajo efectuado por el mismo es:

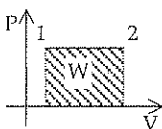
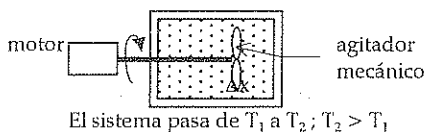
$$W = F\Delta x \quad (1.6.1)$$

$$W = PA\Delta x \quad (1.6.2)$$

$$W = P\Delta V \quad (1.6.3)$$

El trabajo de volumen puede obtenerse del gráfico  $P$  vs  $V$ .

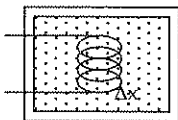
El área bajo la curva representa el trabajo realizado por el gas.

Trabajo de rozamiento ( $W_R$ )

El agitador debe vencer la resistencia de las partículas del sistema. El trabajo que debe realizarse está directamente relacionado con la resistencia del fluido. Este es el trabajo de rozamiento.

El sistema debe recibir energía para aumentar la temperatura, pero no es posible entregar nuevamente esta energía al medio; el trabajo de rozamiento solo puede recibir el fluido, nunca entregarlo, por ello  $W_R < 0$  siempre de tal manera que el proceso es irreversible.

Este tipo de trabajo puede también obtenerse cuando se instala una resistencia eléctrica.



De manera que:

$$W_T = W + W_R \quad (1.6.4)$$

La energía interna  $U$  de un sistema en equilibrio constituye una propiedad intrínseca del mismo y corresponde a la energía total que tienen las partículas del sistema, en función de la energía cinética media de las mismas y por tanto de la temperatura. El valor de  $U_1$  se asigna arbitrariamente para un primer estado de equilibrio de un sistema; cuando por un proceso el sistema llega a un nuevo estado de equilibrio, la energía interna cambia a un valor de  $U_2$ .

En Termodinámica carecen de importancia los valores absolutos de  $U_1$  y  $U_2$  (por ser arbitrarios), y solo tiene interés el cambio de energía interna del sistema ( $\Delta U$ ).

$$\Delta U = U_2 - U_1 = n \cdot C_v \cdot \Delta T \quad (1.6.5)$$

Donde:  $C_v$  es el calor específico a *volumen constante* (similar al  $C_p$ )

### 1.6.1 PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA.-

La energía total de cualquier sistema y su alrededor se conserva, matemáticamente esta ley se expresa como sigue:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - W_T = Q - (W + W_R) \quad (1.6.6)$$

En esta ecuación se acostumbra considerar el trabajo realizado por el sistema así como el calor que recibe como positivos.

#### Aplicaciones:

1.6.1.1 Proceso Isobárico.- Es un proceso a presión constante, el cambio de energía interna viene dado por:

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W_T \\ \Delta U &= Q - (P\Delta V + W_R) \end{aligned} \quad (1.6.7)$$

1.6.1.2 Proceso Adiabático.- Es un proceso sin transferencia de calor ( $Q$ ) y se cumple que  $PV^\gamma = \text{cte.}$ , donde  $\gamma = C_p/C_v$  y  $C_v = C_p + R$ , por tanto:

$$\begin{aligned} \Delta U &= Q - W_T \\ \Delta U &= n C_v \Delta T = W_T \end{aligned} \quad (1.6.8)$$

## 30 Calor

1.6.1.3 Proceso Isocórico.- Es un proceso a volumen (V) constante, donde  $\Delta U$  viene dado por:

$$\begin{aligned}\Delta U &= Q - W_T \\ \Delta U &= Q - (P\Delta V^0 + W_R) \\ \Delta U &= Q - W_R\end{aligned}\quad (1.6.9)$$

1.6.1.4 Proceso Isotérmico.- Es un proceso en el que la temperatura (T) del sistema no cambia y por tanto su energía interna tampoco, así:

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0 = Q - W_T \\ Q &= W_T = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + W_R\end{aligned}\quad (1.6.10)$$

Ejemplos:

1. En una expansión isobárica de 5 a 10 litros de 0.5 mol de un gas que está inicialmente a 100°C y cuyo  $C_p$  es 10 cal/mol°C, calcular el cambio de energía interna.

$$\begin{aligned}PV_1 &= nRT_1 \\ P &= \frac{0.5\text{mol} \cdot 0.0821\text{atm} \cdot 373^\circ\text{K}}{51^\circ\text{Kmol}} = 3.06\text{atm} \\ T_2 &= \frac{PV_2}{nR} = \frac{3.06\text{atm} \cdot 101^\circ\text{Kmol}}{0.5\text{mol} \cdot 0.0821\text{atm}} = 746^\circ\text{K} \\ Q &= mC_p\Delta T \\ Q &= 0.5\text{mol} \cdot 10 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{Kmol}} \cdot (746 - 373)^\circ\text{K} \\ Q &= 1865\text{cal} \cdot \frac{4.18\text{Joules}}{\text{cal}} = 7795.7\text{Joules} \\ \Delta U &= Q - P\Delta V \\ \Delta U &= 7795.7\text{Joules} - 3.06\text{atm} \cdot (51) \cdot \frac{1.013 \times 10^5\text{N} \cdot 1\text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot 1\text{atm} \cdot 10^3\text{l}} = 6246.5\text{Joules}\end{aligned}$$

2. Determinar el calor que debe transferirse a 2 moles de un gas para comprimirlo isotérmicamente a 50°C a la mitad de su volumen.

$$\begin{aligned}Q &= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \\ Q &= \left( \frac{0.2\text{mol} \cdot 0.0821\text{atm} \cdot 323^\circ\text{K} \cdot 1\text{m}^3 \cdot 1.013 \times 10^5\text{N}}{^\circ\text{Kmol} \cdot 10^3\text{l} \cdot 1\text{atm} \cdot \text{m}^2} \cdot \ln \frac{V_2}{2V_2} \right) \cdot \frac{1\text{cal}}{4.18\text{Joules}} \\ Q &= -88.98\text{cal}\end{aligned}$$

## 1.6.2 SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA.-

Para comprender el enunciado de esta ley, conviene definir: Entropía (S), proceso reversible e irreversible.

La **Entropía** (S) de un sistema en equilibrio constituye una propiedad intrínseca del mismo tal como la energía interna (U) y está relacionada con el desorden molecular, así si la entropía aumenta, el desorden aumenta. Al igual que la energía interna, la entropía depende solamente del estado inicial y del final del sistema, no del proceso, por tanto solo tiene importancia su variación  $\Delta S$ .

Cuando un proceso ocurre lo suficientemente lento, puede suponerse que en cada instante el sistema alcanza el equilibrio, este se considera como **reversible**, ya que tal proceso puede invertirse para recorrer en sentido opuesto la misma trayectoria tomada inicialmente sin necesidad de realizar un trabajo adicional.

Si en el proceso el sistema se desvía considerablemente del equilibrio en cada instante, este se denomina **irreversible**, en este caso el proceso puede invertirse pero es necesario un trabajo adicional para que el sistema regrese a su estado inicial.

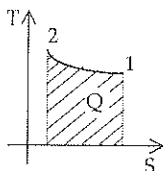
La primera ley de la Termodinámica establece que la energía solamente se transforma; la segunda ley complementa a la primera prediciendo el sentido de estas transformaciones, así el calor *siempre fluye espontáneamente* de un cuerpo caliente hacia otro frío.

El trabajo puede transformarse totalmente en calor, pero el proceso inverso es imposible.

Esta segunda ley también establece que en los procesos irreversibles (reales) la entropía siempre aumenta; este incremento sería cero para procesos reversibles (ideales) y tendería a cero para procesos lo más cercanos a la reversibilidad.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \quad (1.6.11)$$

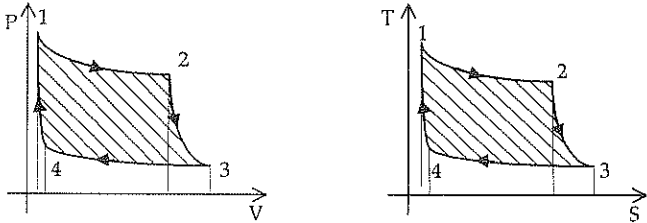
Graficando Tvs S puede obtenerse el calor (Q) transmitido durante el proceso a partir del área bajo la curva:



1.6.3 MAQUINAS TERMICAS.-

Procesos Cíclicos

Cuando el sistema regresa a las condiciones iniciales, luego de varios subprocesos, se dice que el proceso es cíclico.



$$\begin{aligned} U_2 - U_1 &= Q_{1-2} - W_{1-2} \\ U_3 - U_2 &= Q_{2-3} - W_{2-3} \\ U_4 - U_3 &= Q_{3-4} - W_{3-4} \\ U_1 - U_4 &= Q_{4-1} - W_{4-1} \\ \hline 0 &= \Sigma Q - \Sigma W \end{aligned}$$

La variación total de la energía interna es cero, ya que el sistema vuelve a las condiciones iniciales.

$$\Sigma Q = \Sigma W = W_{\text{útil}} \tag{1.6.12}$$

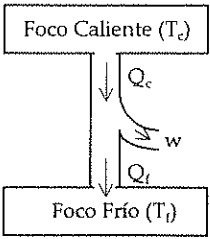
El área cerrada en la curva P vs V es el trabajo útil, igual que el área cerrada en el gráfico T vs S.

**Máquina Térmica** es todo dispositivo que transforma energía interna (U) en trabajo mecánico (W) y está constituido por:

Un foco caliente (horno, caldero, etc.) que se encuentra a una temperatura  $T_c$

Un foco frío (ambiente, condensador, etc.) que se encuentra a una temperatura  $T_f$

Un fluido que realiza trabajo (W) a partir de la energía absorbida  $Q_c$  del foco caliente y cede al foco frío la energía restante, en forma de calor.

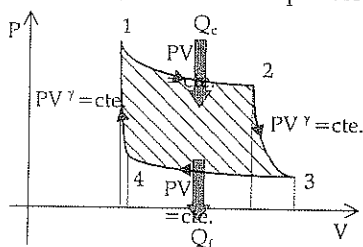




## CICLO DE CARNOT

Es el proceso cíclico reversible que permite el estudio teórico de una máquina térmica, usando como fluido de trabajo un gas ideal, y consta de cuatro subprocesos reversibles:

- 1 - 2 Expansión Isotérmica, durante este proceso el fluido recibe calor  $Q_c$ .
- 2 - 3 Expansión Adiabática, durante este proceso el fluido realiza trabajo
- 3 - 4 Compresión Isotérmica, durante este proceso el fluido entrega calor  $Q_f$
- 4 - 1 Compresión Adiabática, durante este proceso el fluido recibe trabajo.



El gráfico representa los cuatro procesos:

- 1 - 2 El volumen del fluido aumenta a medida que su presión disminuye
- 2 - 3 El volumen del fluido sigue aumentando mientras su presión y su temperatura disminuyen, según otra relación entre las variables.
- 3 - 4 El volumen disminuye mientras la presión aumenta
- 4 - 1 El volumen disminuye a medida que la presión y la temperatura aumentan hasta regresar a las condiciones iniciales de presión y volumen.

$$1 - 2: \quad Q_{1-2} = W_{1-2} = nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$2 - 3: \quad \Delta U = -W_{2-3} = nC_v(T_f - T_c)$$

$$3 - 4: \quad Q_{3-4} = W_{3-4} = nRT_f \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$4 - 1: \quad \Delta U = -W_{4-1} = nC_v(T_c - T_f)$$

$$W_{\text{util}} = \Sigma Q = \Sigma W$$

$$\Sigma Q = nR \left( T_c \ln \frac{V_2}{V_1} + T_f \ln \frac{V_4}{V_3} \right)$$

$$\Sigma W = nC_v(T_f - T_c - T_f) = 0$$

$$P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma \quad ; \quad P_1 V_1^\gamma = P_4 V_4^\gamma$$

$$PV = nRT$$

$$nRT_c V_2^{\gamma-1} = nRT_f V_3^{\gamma-1} \quad ; \quad nRT_c V_1^{\gamma-1} = nRT_f V_4^{\gamma-1}$$

Dividiendo:

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}$$

$$\sum Q = nR \left( T_c \ln \frac{V_2}{V_1} - T_f \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$W_{\text{útil}} = nR (T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1.6.13)$$

El rendimiento teórico viene dado por:

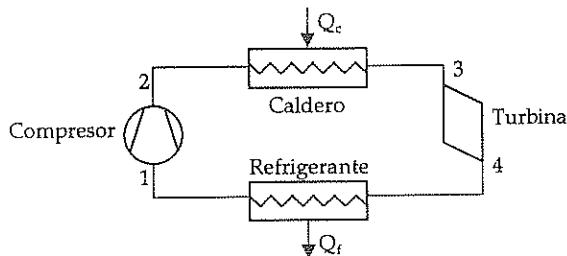
$$\eta_{\text{th}} = \frac{W_{\text{útil}}}{Q_{\text{entregado al sistema}}} = \frac{\sum Q}{Q_c}$$

$$\eta_{\text{th}} = \frac{nR (T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}}{nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} \quad (1.6.14)$$

De la ecuación 1.6.14 se concluye que:

$$\begin{aligned} \text{Si } T_f < T_c &\Rightarrow \eta_{\text{th}} < 1 \\ \text{Si } T_f = T_c &\Rightarrow \eta_{\text{th}} = 0 \\ \text{Si } T_f = 0 &\Rightarrow \eta_{\text{th}} = 1 \end{aligned}$$

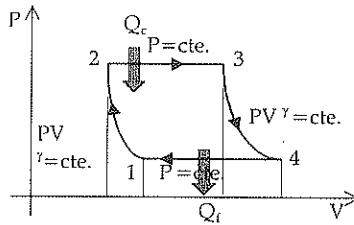
### 1.6.3.1 MAQUINA DE VAPOR O TURBOMAQUINA.-



Históricamente, es la primera máquina térmica que se inventó y para realizar su estudio teórico se considera que cumple los siguientes procesos:

- 1 - 2 Compresión adiabática
- 2 - 3 Calentamiento isobárico
- 3 - 4 Expansión adiabática
- 4 - 1 Enfriamiento isobárico

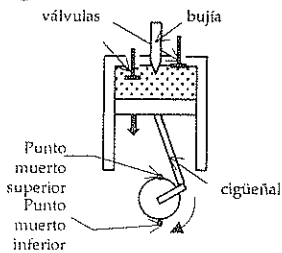
Los cuatro procesos anteriores componen el denominado ciclo BRAYTON.



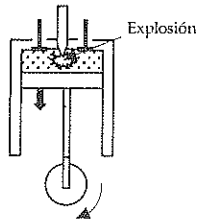
En la gráfica  $P$  vs  $V$  se observa que durante la compresión adiabática del fluido de trabajo, a medida que el volumen disminuye la presión aumenta y la variación de entropía es cero. En el proceso 2 - 3 el fluido recibe calor ( $Q_c, \Delta S=0$ ) y aumenta el volumen, manteniéndose constante la presión. Durante la expansión adiabática aumenta el volumen al disminuir la presión (el fluido realiza trabajo), manteniéndose constante la entropía. A medida que el fluido se enfría isobáricamente, el volumen disminuye junto con la entropía (el fluido cede calor) hasta retornar a las condiciones iniciales.

### 1.6.3.2 MAQUINA DE COMBUSTION INTERNA

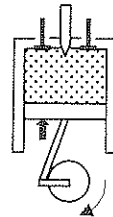
#### Motor a gasolina.-



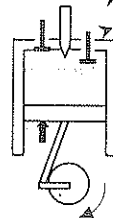
Ingresa aire y gasolina el cigüeñal se mueve hasta el punto muerto inferior ( $180^\circ$ )



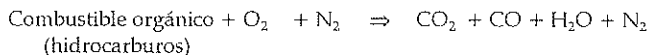
La bujía produce una chispa que eleva la temperatura de la mezcla y producen la combustión y el cigüeñal se desplaza hasta el punto muerto inferior ( $540^\circ$ )



El cigüeñal se mueve hasta el punto muerto superior ( $360^\circ$ ), se produce la compresión.



Se abre la válvula de escape y salen los gases de combustión mientras el cigüeñal nuevamente alcanza el punto muerto superior ( $720^\circ$ )



El esquema anterior explica el funcionamiento de un *motor de cuatro tiempos (gasolina)*.

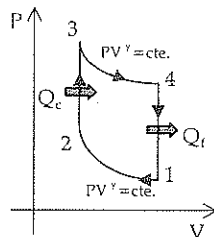
El *motor de dos tiempos (diesel)* cumple los mismos procesos que el de cuatro, pero solamente en  $360^\circ$  (1 revolución).

Las máquinas de combustión interna no realizan procesos cíclicos como las máquinas térmicas, no existen focos calientes ni fríos; sin embargo se han logrado excelentes ciclos de comparación considerándolas como máquinas térmicas así por ejemplo el **ciclo Otto** para el **motor de gasolina**.

Para establecer el ciclo de comparación se asume que la composición química del fluido de trabajo no cambia, se reemplaza la cantidad de energía recibida del foco caliente (en la máquina térmica) por la energía liberada en la combustión y como foco frío se toma el medio ambiente.

El ciclo OTTO consta de cuatro subprocesos:

- 1 - 2 Compresión adiabática
- 2 - 3 Calentamiento isocórico
- 3 - 4 Expansión adiabática
- 4 - 1 Enfriamiento isocórico



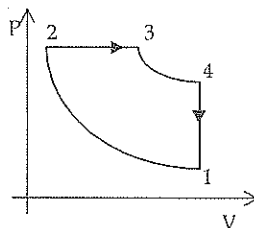
En este caso el rendimiento del motor será:

$$\eta_{th} = 1 + \frac{Q_{4-1}}{Q_{2-3}} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \quad (1.6.15)$$

Motor a diesel .- Este motor no tiene bujía. Primero ingresa el aire al cilindro, se lo comprime hasta presión y temperatura altas, se inyecta el combustible que se autoinflama en contacto con el aire, se expande y luego los gases de combustión salen por la válvula de escape.

Para el **motor a diesel** el ciclo de comparación está formado por los siguientes procesos:

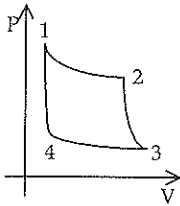
- 1 - 2 Compresión adiabática
- 2 - 3 Calentamiento isobárico
- 3 - 4 Expansión adiabática
- 4 - 1 Enfriamiento isocórico



$$\eta_{th} = \frac{T_1 - T_4}{\gamma(T_3 - T_2)} + 1$$

## Ejemplos:

- 1.- Una máquina térmica opera mediante el ciclo de Carnot, utilizando como fluido de trabajo 1mol de amoníaco. El fluido ingresa a la expansión isotérmica a 10 atm y 50°C y sale a 4 atm. Si la temperatura del foco frío es 15°C, calcular el trabajo útil y el rendimiento del ciclo.



$$W_{\text{útil}} = RT_c \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_f \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$V_1 = \frac{nRT_c}{P_1} = \frac{1 \cdot 0.082 \cdot 323}{10} = 2.64 \text{ l}$$

$$V_2 = \frac{1 \cdot 0.082 \cdot 323}{4} = 6.62 \text{ l}$$

$$T_c V_1^{\gamma-1} = T_f V_4^{\gamma-1}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{9}{7} = 1.28$$

$$(323)(2.64)^{0.28} = (288)(V_4)^{0.28}$$

$$V_4 = 3.88 \text{ l}$$

$$T_c V_2^{\gamma-1} = T_f V_3^{\gamma-1}$$

$$(323)(6.62)^{0.28} = (288)(V_3)^{0.28}$$

$$V_3 = 9.7 \text{ l}$$

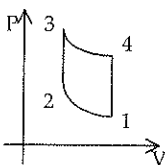
$$W_{\text{útil}} = 0.082 \cdot 323 \cdot \ln \frac{6.62}{2.64} + 0.082 \cdot 288 \ln \frac{3.88}{9.70}$$

$$W_{\text{útil}} = 2.7 \text{ l atm} \cdot \frac{1.013 \times 10^5 \text{ N}}{\text{m}^2 \cdot \text{atm}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ l}} = 273 \text{ Jouls}$$

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{288}{323} = 0.11$$

$$\eta_{\text{th}} = 11 \%$$

- 2.- Calcular el rendimiento térmico de un ciclo OTTO que usa como fluido de trabajo 1mol de aire que inicialmente está a 20°C y 1atm. Este se comprime adiabáticamente hasta 40 atm y después del calentamiento isocórico alcanza 950°C.



$$P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1.4$$

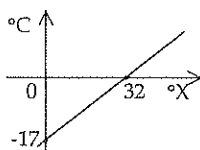
$$\begin{aligned}
 (1)^{-0.28}(293) &= (40)^{-0.28}T_2 \\
 T_2 &= 840.62 \text{ °K} \\
 \frac{P_2}{T_2} &= \frac{P_3}{T_3} \\
 \frac{40}{840.62} &= \frac{P_3}{1223} \\
 P_2 &= 58.2 \text{ atm} \\
 P_3^{-\gamma} T_3 &= P_4^{-\gamma} T_4 \\
 (58.2)^{-0.28}(1223) &= (1)^{-0.28}T_4 \\
 T_4 &= 425.71 \text{ °K} \\
 \eta_{th} &= \left(1 + \frac{293 - 425.71}{1223 - 840.62}\right) \cdot 100 \\
 \eta_{th} &= 65.3 \%
 \end{aligned}$$

## Ejercicios

- 1.6.1 Calcular el trabajo que realiza 1mol de  $N_2$  cuando se expande desde 10 atm hasta 1 atm. isotérmicamente a 25°C.
- 1.6.2 En un recipiente aislado de 1.5 litros se encuentra Helio a 15°C y 1 atm. Dentro del recipiente se ha instalado una resistencia eléctrica que produce un trabajo eléctrico de 250 J. Calcular la temperatura final del sistema.
- 1.6.3 En un cilindro con émbolo de 20 cm de diámetro, aislado térmicamente, se encuentra un gas. Sobre el émbolo descansa una masa de 50 kg. En la masa del gas se ha instalado una resistencia eléctrica que produce un trabajo de 8640 J, luego de lo cual el émbolo asciende 15 cm. Calcular el trabajo total si la presión ambiental es de 1 atm
- 1.6.4 Calcular el trabajo útil para un proceso cíclico que consta de una expansión isotérmica desde 15 atm y 100°C hasta 5 atm, seguido de un enfriamiento isocórico y finalmente una compresión adiabática hasta completar el ciclo. El proceso se realiza con 1mol de amoníaco.
- 1.6.5 Una mol de mezcla gaseosa cuyo  $C_v = 5.3$  se comprime adiabáticamente desde 20°C y 1 atm hasta 40 atm y posteriormente se calienta isobáricamente hasta 2500°K. Determinar el rendimiento térmico y el trabajo útil, conociendo que el ciclo del motor Diesel se completa.

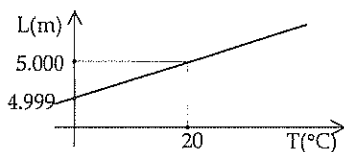
## EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1.- Un termómetro se calibra con la escala Celsius de acuerdo al gráfico.

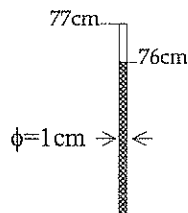


Determinar la ecuación que permite calcular la temperatura en  $^{\circ}\text{X}$ , conociéndola en  $^{\circ}\text{C}$ .

- 2.- Una varilla de 5 m de longitud ( $l$ ) se calienta de  $20^{\circ}\text{C}$  a  $360^{\circ}\text{C}$ . Determinar su longitud final de la varilla, conociendo que el material se comporta como se muestra en la figura.

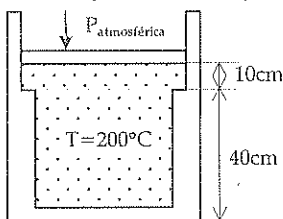


- 3.- Se tiene un barómetro de vidrio que contiene mercurio a  $15^{\circ}\text{C}$ , como indica en la figura. ¿A qué temperatura se derrama el líquido?



- 4.- Una regla de acero tiene 1.5 m de longitud a  $15^{\circ}\text{C}$ ; a esta temperatura una pieza de una aleación mide con esta regla 1.260 m de longitud. Al calentarse el sistema hasta  $300^{\circ}\text{C}$ , la pieza mide 1.268 m. Determinar el coeficiente de dilatación lineal de la aleación.

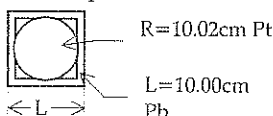
- 5.- Aire está contenido en el cilindro escalonado de la figura, inicialmente en equilibrio. El área de la sección mayor es  $90\text{cm}^2$  y la sección menor es  $70\text{cm}^2$ .



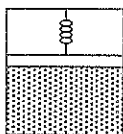
- ¿A qué temperatura se debe enfriar el gas para que el émbolo llegue al escalón?
  - Si el aire se enfría a  $20^\circ\text{C}$ , ¿cuál es la presión del sistema?  $P_{\text{atmosférica}} = 1\text{ atm}$ .
- Un cilindro de  $\text{O}_2$  comercial de 30 cm de diámetro y 1.2 m de altura, llega al consumidor a una presión de 200 psi. La temperatura ambiental es  $20^\circ\text{C}$  y la presión 547 mmHg. Determinar el porcentaje de  $\text{O}_2$  que se devuelve al distribuidor.
  - Un tanque de 100 litros contiene He comprimido a  $30^\circ\text{C}$  y 6 atm. El tanque se calienta hasta que el gas alcanza  $120^\circ\text{C}$ , se abre una válvula y se deja escapar el gas hasta que la presión interior del tanque regrese a 6 atm. Posteriormente se enfría a  $30^\circ\text{C}$ . ¿Qué masa de He fue liberada y cuál fue la presión final?
  - En un recipiente de hierro de 50 g aislado térmicamente y que contiene 50 g de He a  $-30^\circ\text{C}$ , se vierten 250 g de mercurio a  $200^\circ\text{C}$ . Determinar la composición final del sistema.
  - Un bloque de aluminio de 1 kg a  $150^\circ\text{C}$  se deja caer en un recipiente aislado térmicamente, el cual contiene una mezcla en equilibrio de 0.5 kg de hielo y agua. ¿Qué volumen de agua había en el recipiente, inicialmente, si el equilibrio térmico se alcanza a  $30^\circ\text{C}$ ?
  - Un sistema consta de dos recipientes separados por una pared diatérmica (permite el paso de calor, no masa), el un recipiente contiene 20 litros de  $\text{CO}_2$  a  $20^\circ\text{C}$  y 1 atm y el otro recipiente contiene 50 litros de  $\text{N}_2$  a  $100^\circ\text{C}$  y 2 atm. Si la parte externa del sistema está aislada térmicamente, ¿cuál es la variación de energía interna en cada uno de los subsistemas y del sistema total?
  - ¿Cuánto varía la temperatura de 200 g de agua a  $90^\circ\text{C}$  si se añaden 10 g de hielo a  $0^\circ\text{C}$ ?
  - ¿Qué temperatura se puede alcanzar añadiendo 4 litros de agua hirviendo a  $100^\circ\text{C}$  a 40 litros de agua a  $32^\circ\text{C}$ ?



- 13.- En la figura, determinar ¿a qué temperatura cae la esfera (Pt) a través del perfil cuadrado, sabiendo que la temperatura inicial es  $25^{\circ}\text{C}$ .

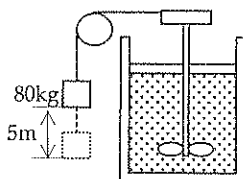


- 14.- En un cilindro con émbolo cuyo diámetro es 50 cm y su altura 1.6 m, se encuentra aire a  $18^{\circ}\text{C}$  y 1 atm. Mediante una bomba se introduce 100 litros de agua, manteniéndose la temperatura constante. Calcular el trabajo realizado por el sistema y graficar P vs V.
- 15.- En un cilindro con émbolo se encuentran 100 g de  $\text{CO}_2$  a 1 atm y  $20^{\circ}\text{C}$ . Sobre el émbolo, de 40 cm de diámetro, descansa una masa de 200 kg. El sistema se pone en contacto con un sistema cuya temperatura es mayor a  $18^{\circ}\text{C}$ , mediante una pared diatérmica. El equilibrio se alcanza a  $80^{\circ}\text{C}$ . Calcular la variación de energía interna, el calor recibido por el  $\text{CO}_2$  y el trabajo realizado por el  $\text{CO}_2$ .
- 16.- Un cilindro con émbolo, como muestra la figura, se encuentran 50 g de  $\text{N}_2$  a  $24^{\circ}\text{C}$  ocupando 18 litros. Inicialmente, el resorte está comprimido 1 cm. Se introduce el cilindro en un termostato y se expande el gas, hasta que el resorte se deforme 2.5 cm.



El diámetro del émbolo es 6 cm. Asumiendo que la temperatura se mantiene constante, calcular la variación de energía interna, el trabajo realizado por el gas y el Calor transferido.

- 17.- En un cilindro con émbolo se encuentran 1.5 moles de  $\text{O}_2$  a  $18^{\circ}\text{C}$  y 1 atm. Dentro de este cilindro se ha instalado un agitador mecánico, el cual está acoplado mediante poleas un peso de 80 kg como se ve en la figura.



Se deja caer el peso hasta un nivel de 5 cm bajo el inicial. El sistema alcanza un nuevo equilibrio a  $55^{\circ}\text{C}$ . Si la presión ambiental es de 1 atm, calcular la variación de energía interna, el calor y el trabajo.

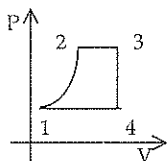
- 18.- Una máquina que opera por el ciclo de Carnot obtiene 252 Kcal de una fuente de calor que está a  $310^{\circ}\text{C}$ . La máquina cede calor a la otra fuente que está a  $25^{\circ}\text{C}$ . Calcular el rendimiento térmico y el trabajo realizado por la máquina.
- 19.- Una máquina térmica opera con el ciclo de Carnot y recibe 200 Kcal de una fuente con  $540^{\circ}\text{C}$  de temperatura, y lo cede a una fuente a  $27^{\circ}\text{C}$ . Para este ciclo realizar el gráfico T vs S, calcular el trabajo, el rendimiento y la variación de entropía de cada fuente.
- 20.- Un ciclo de Carnot utiliza amoníaco como fluido de trabajo y tiene un rendimiento del 30%. El foco caliente está a  $240^{\circ}\text{C}$  y cede al fluido 100Kcal. Calcular el trabajo útil por cada kg de amoníaco.

## EVALUACION OBJETIVA

## Completar:

1. El calor es una forma de energía ..... y se produce por ..... de temperatura.
2. El calor se mide en las mismas unidades que .....
3. A la temperatura de ebullición de un líquido, su ..... se iguala con la ambiental.
4. Una barra bimetálica puede servir de termómetro porque los dos metales presentan coeficientes de dilatación .....
5. Si el coeficiente de dilatación lineal de un material es  $\alpha = 2.44 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$ , su coeficiente de dilatación volumétrica será .....
6. Un cilindro hueco y otro macizo de las mismas dimensiones se calientan, el cilindro hueco se dilata ..... que el cilindro macizo.
7. Para una masa dada de gas ideal la relación  $\frac{P \cdot V}{T}$  es .....
8. La densidad de un gas ideal es directamente proporcional a su ..... e inversamente proporcional a su .....
9. Si la temperatura absoluta de un tanque cerrado que contiene gas se duplica, la presión .....
10. A presión normal, la temperatura de equilibrio del sistema agua-hielo es ..... y la del sistema agua-vapor es .....
11. Cuando se congela agua de un lago, el calor se transfiere entre el agua y el ambiente, desde el ..... hacia el .....
12. Los utensilios de cocina tienen mangos no metálicos para .....
13. En una compresión adiabática de un gas, su presión..... y su temperatura .....
14. Cuando un gas se expande, venciendo alguna resistencia, su temperatura tiende a ..... y una parte de su energía interna se convierte en.....
15. La energía interna de un sistema puede aumentar entregándole ..... y/o .....
16. El ciclo de Carnot comprende dos transformaciones ..... y dos .....
17. De la energía consumida en un proceso, la fracción que se aprovecha para un objetivo se denomina .....
18. En una máquina térmica,  $T_c$ .....  $T_f$  y  $n_{th}$ ..... 1.

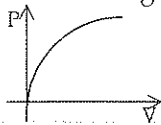
19. En los motores térmicos reales, el calor se convierte en ..... y este es un proceso .....
20. En proceso cíclico representado en el gráfico P vs V consta de los siguientes subprocesos:



- 1 - 2 ..... adiabática  
 2 - 3 .....  
 3 - 4 .....  
 4 - 1 .....

Escribir verdadero (V) o falso (F):

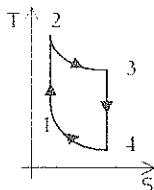
- El punto de congelación es el estado térmico al cual la energía térmica del cuerpo es nula .....( )
- Un termómetro es más sensible cuanto mayor número de divisiones tiene la escala .....( )
- Un cable de energía eléctrica se pandea más durante los días de verano.....( )
- El  $C_p$  de un cuerpo sólido depende sensiblemente de la presión a la que está sometido .....( )
- Si el coeficiente de dilatación de un líquido y del recipiente que lo contiene son iguales, la dilatación aparente del líquido es nula .....( )
- Dos esferas del mismo material, la una del doble de radio que la otra, se calientan juntas hasta que el radio de la pequeña se duplica; el radio de la esfera grande también se duplica .....( )
- Una transformación isotérmica es necesariamente adiabática .....( )
- En un proceso isobárico, el diagrama P vs V es una recta paralela al eje V..( )
- La transformación isotérmica de un gas puede estar representada por el gráfico:



( )

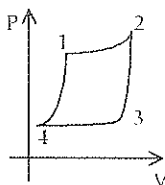
- Dos recipientes iguales, a la misma presión y temperatura, contienen dos gases diferentes, la masa contenida en cada recipiente es diferente .....( )
- Cuando dos cuerpos de diferente temperatura están en contacto, la variación de temperatura del uno es necesariamente igual a la variación de temperatura del otro .....( )
- La capacidad calorífica de un cuerpo es el calor que este contiene .....( )

13. Cuando un cuerpo cede calor a otro, este segundo cuerpo necesariamente se calienta.....( )
14. Cuando el granizo se derrite, el ambiente se enfría.....( )
15. El ciclo OTTO puede representarse mediante el gráfico:



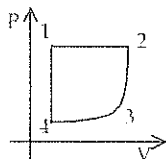
( )

16. El gráfico representa un proceso cíclico con dos expansiones seguidas de dos compresiones.



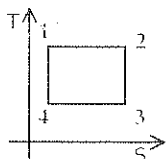
( )

17. Si en el ciclo anterior se modifican los subproceso 1 - 2 y 2 - 3, como en la figura,



el trabajo útil es mayor .....( )

18. El gráfico  $T$  vs  $S$  que se representa a continuación corresponde al mismo proceso que el representado en diagrama  $P$  vs  $V$  de la pregunta 16



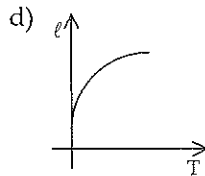
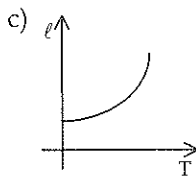
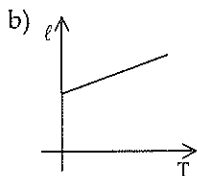
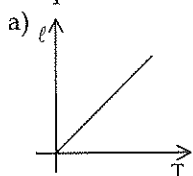
( )

19. En un proceso cíclico las áreas cerradas de los gráficos  $P$  vs  $V$  y  $T$  vs  $S$  son siempre iguales.....( )
20. Si el trabajo útil de una máquina térmica que opera con el ciclo OTTO es igual al trabajo útil de otro que opera con el ciclo de Carnot, los rendimientos térmicos de las dos máquinas son necesariamente iguales .....( )

Subrayar la respuesta correcta:

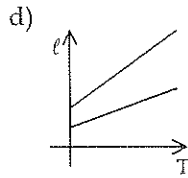
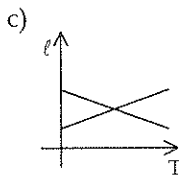
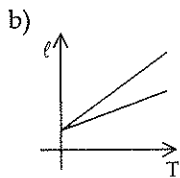
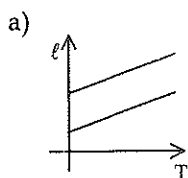
- Una diferencia de temperatura de  $15^{\circ}\text{C}$  equivale a un intervalo de:
  - $27^{\circ}\text{K}$ .
  - $30^{\circ}\text{F}$ .
  - $27^{\circ}\text{F}$ .
  - Ninguna.
- La temperatura normal del cuerpo humano es  $37^{\circ}\text{C}$ , si dicha temperatura fuese registrada con otro termómetro, este marcaría:
  - $98.6^{\circ}\text{F}$ .
  - $100^{\circ}\text{F}$ .
  - $273^{\circ}\text{K}$ .
  - Ninguna.

- ¿Qué gráfico representa mejor la compresión de una barra en función de la temperatura?

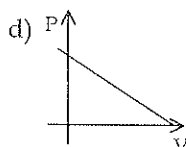
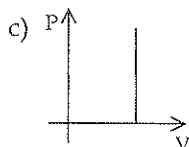
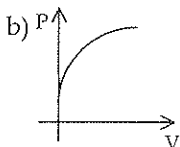
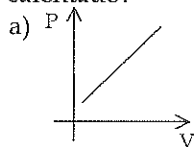


- En un mismo baño maría se calientan dos varillas metálicas de igual longitud y de diferente material. La dilatación lineal es mayor para la varilla:
  - Más gruesa.
  - Con el mayor producto diámetro por coeficiente de dilatación lineal
  - Con el mayor producto longitud por coeficiente de dilatación lineal.
  - Ninguna.

- Se tienen dos barras de longitudes iniciales diferentes y coeficientes de dilatación iguales, qué gráfico representa mejor el comportamiento de estas es función de la temperatura?



6. Un recipiente cerrado herméticamente contiene cierta masa de gas a temperatura ambiente, qué gráfico representa el comportamiento del gas al ser calentado?



7. Se desea estudiar, gráficamente, el comportamiento de un gas ideal durante un proceso isotérmico. Para que el gráfico sea rectilíneo, se debe representar:

- $P$  vs  $V$ .
- $P$  vs  $V^2$ .
- $P$  vs  $1/V$ .
- Ninguna.

8. Si la presión y la temperatura absoluta de un volumen  $V$  de un gas se duplican, el nuevo volumen es:

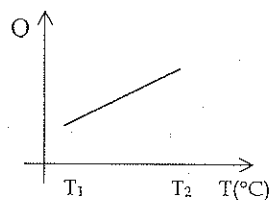
- $V$ .
- $2V$ .
- $4V$ .
- Ninguna.

9. Dos cuerpos A y B están en equilibrio térmico con un tercer cuerpo (C), esto significa que:

- $T_A = T_B \neq T_C$ .
- $T_A \neq T_B \neq T_C$ .
- $C_{pA} = C_{pB} = C_{pC}$ .
- Ninguna.

10. Para un cuerpo sólido, en el gráfico  $Q$  vs  $T$ , el  $C_p$  del cuerpo

- Varía linealmente con la temperatura.
- Es constante entre  $T_1$  y  $T_2$ .
- Es menor a  $T_1$  que a  $T_2$ .
- Ninguna.



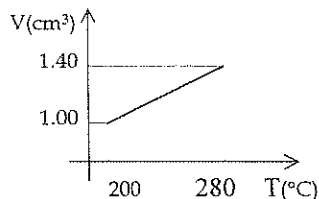
11. Dos cuerpos A y B de igual volumen, reciben la misma cantidad de calor, la relación entre los incrementos de temperatura  $\Delta T_A$  y  $\Delta T_B$ , si la densidad de A es el doble de la de B y  $C_{pA}=3/2C_{pB}$  será:
  - a)  $3\Delta T_A = \Delta T_B$ .
  - b)  $\Delta T_A = \frac{4}{3} \Delta T_B$ .
  - c)  $\Delta T_A = 3\Delta T_B$ .
  - d) Ninguna.
12. Caminando descalzo en una casa se siente más fría el piso de cerámica que el de madera a pesar de que están a la misma temperatura a causa de:
  - a) Efectos psicológicos.
  - b) Diferencia de conductividad térmica.
  - c) Diferencia en el  $C_p$ .
  - d) Ninguna.
13. La existencia del equivalente mecánico del calor está ligada al hecho de que:
  - a) Siempre se alcanza el equilibrio térmico.
  - b) Conservación de la energía.
  - c) Conservación de la cantidad de movimiento.
  - d) Ninguna.
14. La combustión de 10kg de hulla libera tanto calor como la combustión de 7kg de gasolina. El poder calorífico de la hulla es 7000Kcal/kg y el poder calorífico de la gasolina es:
  - a) 7000Kcal/kg.
  - b) 1000Kcal/kg.
  - c) 10000Kcal/kg.
  - d) Ninguna.
15. Una caloría puede convertirse en:
  - a) Tanto trabajo como se quiera.
  - b) Más de 5 J de trabajo.
  - c) Menos de 5 J de trabajo.
  - d) Ninguna.



16. A presión constante ( $10\text{ N/m}^2$ ) cierta masa gaseosa se expande según el gráfico:

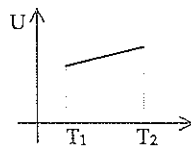
El trabajo realizado por el gas es:

- a) 4 J.
- b) 40 J.
- c) 0.4 J.
- d) Ninguna.



17. En el gráfico  $U$  vs  $T$  a volumen constante, el calor específico ( $C_v$ ):

- a) Varía linealmente con la temperatura.
- b) Permanece constante entre  $T_1$  y  $T_2$ .
- c) Varía con la temperatura.
- d) Ninguna.



18. Un ciclo térmico que consta de dos transformaciones isobáricas y dos isocóricas, el fluido de trabajo en cada subprocesos:

- a) Siempre pierde calor y realiza trabajo.
- b) Siempre pierde calor y recibe trabajo.
- c) Nunca realiza trabajo.
- d) Ninguna.

19. Toda máquina térmica:

- a) Trabaja según el ciclo de Carnot.
- b) Trabaja según un ciclo reversible.
- c) Trabaja con un foco caliente y un frío.
- d) Ninguna.

20. El ciclo Brayton comprende:

- a) Dos transformaciones isotérmicas y dos isocóricas.
- b) Dos transformaciones adiabáticas dos isobáricas.
- c) Dos transformaciones isotérmicas y dos isobáricas.
- d) Ninguna.



# Ondas

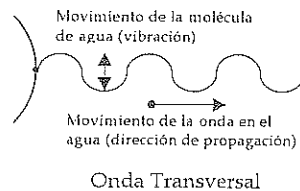
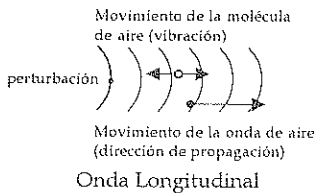
## 2.1 CONCEPTOS GENERALES.-

Hasta ahora se ha estudiado la transferencia de energía en los fenómenos mecánicos y calóricos a partir del movimiento de los cuerpos (cinética), pero el transporte de energía puede realizarse más ventajosamente por medio de las ondas.

Una onda es una forma de propagar una perturbación sin que exista transporte de materia. Una perturbación es una alteración instantánea del equilibrio del sistema por medio de un agente externo.

Las ondas se clasifican en mecánicas y electromagnéticas. Las ondas mecánicas necesitan de un medio material para propagarse (pero se debe tener presente que de ninguna manera la materia se transporta), por ejemplo el sonido; mientras que las ondas electromagnéticas no necesitan de un medio material, se pueden propagar en el vacío, por ejemplo la luz.

A causa de una perturbación las partículas de un sistema vibran, si lo hacen en la misma dirección que la de la propagación de la onda esta se conoce como: **longitudinal** y si la dirección de la oscilación es perpendicular, la onda se denomina: **transversal**.



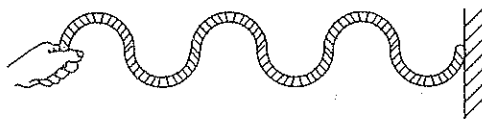
La velocidad de propagación de una onda depende de las propiedades del medio en el cual se propaga y esta dependencia da lugar a los fenómenos de **reflexión** y **refracción** de las ondas.

El fenómeno de **interferencia** de ondas ocurre cuando dos o más ondas coinciden en el espacio y el tiempo, entonces los efectos de estas pueden aumentar, disminuir o neutralizarse.

Cuando una onda se encuentra con un obstáculo tiende a bordearlo, este comportamiento se conoce como **difracción**.

## 2.2 PARAMETROS DE UNA ONDA.-

Para ilustrar de manera más simple el comportamiento de las ondas se analizará el movimiento de una cuerda atada en un extremo a la que se le perturba en el otro extremo con la mano (fuente), produciéndose una oscilación (M.A.S.) cuya propagación constituye una onda. Cuando la fuente completa una oscilación, en la cuerda se completa un ciclo o vibración.



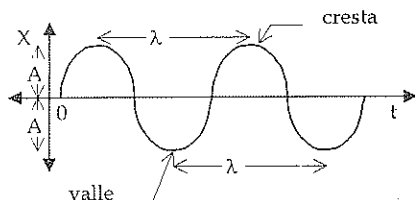
Los puntos altos de la onda se llaman crestas, y los puntos más bajos se llaman valles.

En el estudio del movimiento de una onda es necesario definir: ciclo, amplitud, longitud de onda, frecuencia y período.

Ciclo.- Una partícula completa un ciclo cuando su estado de movimientos se repite, al cabo de un tiempo, en velocidad y aceleración.

Amplitud (A).- Es el valor de la distancia desde la cresta o un valle hasta la posición de equilibrio.

Longitud de onda ( $\lambda$ ).- Es la distancia entre dos crestas (valles) consecutivas.



Cuando las distancias tienen valores muy pequeños se utilizan comúnmente otras unidades de longitud: el amstrong y el nanómetro cuyas equivalencias son:

$$1 \text{ Amstrong} = 1 \text{ \AA} = 1 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \text{y} \quad 1 \text{ Nanómetro} = 1 \text{ nm} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Período (T).- Es el tiempo necesario para que la onda recorra una longitud de onda.

Frecuencia (f).- Es el número de ciclos por unidad de tiempo:

$$f = \frac{1}{T}$$

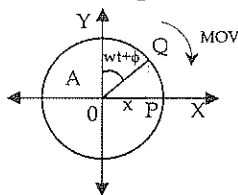
## UNIDADES.-

$$\frac{1}{T} = f$$

$$\frac{1}{[s]} = \text{Hertz [Hz]}$$

## 2.3 ECUACION DE ONDA.-

El movimiento ondulatorio se analiza como un M.A.S.<sup>4</sup>, por tanto la ecuación del desplazamiento (x) en función del tiempo está dada por:



$$x = \pm A \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (2.3.1)$$

Donde:  $\omega$  es la velocidad angular, que viene dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.3.2)$$

La rapidez (v) de propagación de la onda es la rapidez con la que se desplaza una cresta. Normalmente esta rapidez es constante y está dada por:

$$v = \frac{\lambda(m)}{T(s)} \quad (2.3.3)$$

El desplazamiento de la onda en el eje z (dirección de propagación de la onda) está dado por:

$$z = v \cdot t \quad (2.3.4)$$

Reemplazando 2.3.4, 2.3.3 y 2.3.2 en 2.3.1 se tiene que:

---

<sup>4</sup> Revisar M.A.S.

$$x = \pm A \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda} + \beta\right) = A \sin(kz + \beta) \quad (2.3.5)$$

Donde:  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  = número de onda

$\beta$  = ángulo de fase

La ecuación 2.3.5, es la expresión que describe el desplazamiento en función de la posición  $z$ .

Pero como el desplazamiento de una onda es una función del tiempo y de la posición, la expresión matemática que describe una onda viajando en la dirección  $z$  positiva vendrá dada por:

$$x = A \sin\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] = A \sin(kz - \omega t) \quad (2.3.6)$$

La ecuación 2.3.6, se conoce como Ecuación de Onda.

Para una onda que se propaga en la dirección  $z$  negativa se tiene:

$$x = A \sin(kz + \omega t) \quad (2.3.7)$$

Ejemplos:

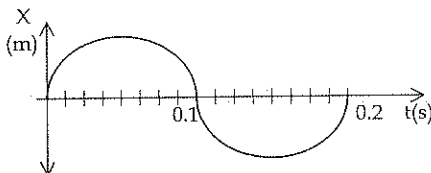
1. Mediante una perturbación se crean ondas en una piscina con agua, cuya frecuencia es 5 Hz y su amplitud 2 cm. Determinar la ecuación de la onda sabiendo que  $\phi = 0$  y graficar  $x$  vs.  $t$ .

$$x = \pm A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = 31.41 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = 2 \sin[31.41 t(\text{s})] \quad (\text{cm})$$



2. Sabiendo que la velocidad de la luz es  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , y la longitud de onda del espectro visible va de  $3.9 \times 10^{-7}$  hasta  $7.7 \times 10^{-7} \text{ m}$ . Determinar el rango de frecuencias que percibe el ojo humano.

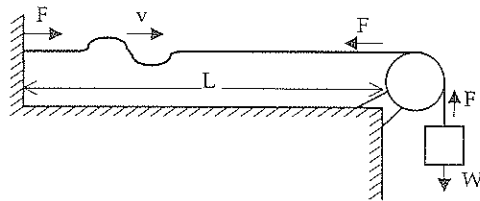
$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f_1 = \frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{3.9 \times 10^{-7} \text{ m}} = 769 \text{ MHz}$$

$$f_2 = \frac{3 \times 10^8 \text{ m}}{7.7 \times 10^{-7} \text{ m}} = 389 \text{ MHz}$$

La velocidad de propagación de una onda depende de la elasticidad y de la densidad del medio. Mientras mayor es la elasticidad del medio, mayor es la fuerza de restitución al ser perturbado; y mientras menos denso es el medio ofrece menos resistencia a la propagación de la onda.

Para calcular la velocidad de propagación de una onda ( $v$ ) en un medio determinado se analizará el movimiento de un pulso a través de una cuerda tensionada de masa  $m$  y longitud  $L$ .



Donde:  $F$  es la tensión en la cuerda

Como  $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , y a  $t = 0$   $v = 0$  se tiene:

$$F \cdot t = m \cdot v \quad (2.3.8)$$

$$v = \frac{L}{t} \quad (2.3.9)$$

Reemplazando 2.3.8 en 2.3.9:

$$v = \sqrt{\frac{F}{m/L}} \quad (2.3.10)$$

Donde:  $\frac{m}{L} = \mu$  = densidad lineal de la cuerda

Y la energía total de la onda<sup>5</sup> ( $E_T$ ) está dada por:

$$E_T = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} kx^2 \quad (2.3.11)$$

$$\text{Donde: } v_{\text{máx}} = \omega \cdot A \quad (2.3.12)$$

Y la energía por unidad de longitud (L) de la cuerda sería:

$$\frac{E_T}{L} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu \quad (2.3.13)$$

Ejemplos:

1. Una cuerda de 200 g de masa y de 3 m de longitud se somete a una tensión de 30 N. Determinar  $\mu$  de la cuerda y la velocidad de propagación de las ondas generadas bajo estas condiciones.

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{200 \text{ g}}{3 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ Kg}}{10^3 \text{ g}} = 0.067 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{30 \text{ N}}{0.067 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}}} = 21.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Si la cuerda anterior vibra con una amplitud de 1 cm y una longitud de onda de 2 cm, determinar la energía total de la onda por unidad de longitud de la cuerda.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{21.21 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1060.5 \text{ Hz}$$

$$\frac{E_T}{L} = 2\pi^2 f^2 A^2 \mu = 2\pi^2 (1060.5 \text{ Hz})^2 \times (1 \times 10^{-2} \text{ m})^2 \times 0.067 \frac{\text{Kg}}{\text{m}} = 148.73 \frac{\text{J}}{\text{m}}$$

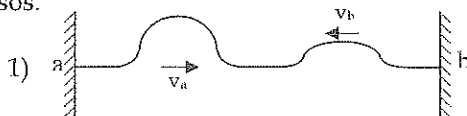
---

<sup>5</sup> Similar a la ecuación para un M.A.S.

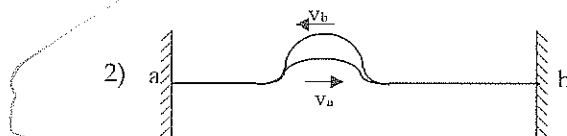


## 2.4 PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN DE ONDAS.-

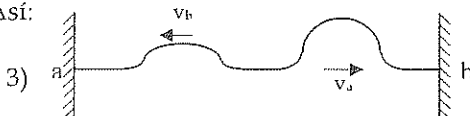
Si se generan dos pulsos uno en cada extremo (a y b) de una cuerda tensionada estos se propagan a través de la cuerda, en forma independiente, uno del otro, sin embargo las partículas de la cuerda experimentan la vibración conjunta de los dos pulsos.



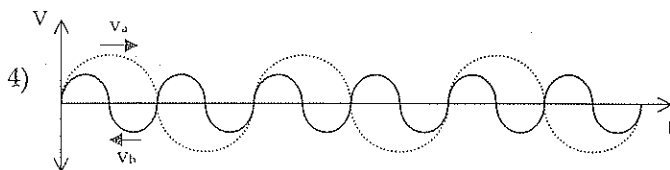
Como los pulsos a y b se propagan en dirección contraria hay un instante en el que coinciden y los desplazamientos de las partículas respecto a su posición de equilibrio corresponden a la suma de los desplazamientos originados por cada pulso.



Después del instante en el que coinciden, los pulsos siguen propagándose independientemente. Así:



Este mismo efecto se produce cuando en lugar de dos pulsos se propagan dos o más ondas.



Entonces cuando dos o más ondas coinciden en el tiempo en un punto de un medio, el desplazamiento de ese punto será igual a la suma vectorial de los desplazamientos ocasionados por cada onda, este enunciado corresponde al llamado **principio de superposición de ondas**.

Por tanto si dos ondas cuyas ecuaciones son:  $x_1 = A_1 \sin(k_1 z - \omega_1 t)$  y  $x_2 = A_2 \sin(k_2 z - \omega_2 t - \phi)$  se superponen la onda resultante  $x_R$  será:

$$x_R = A_1 \sin(k_1 z - \omega_1 t) + A_2 \sin(k_2 z - \omega_2 t - \phi) \quad (2.4.1)$$

Un caso especial se presenta cuando se superponen dos ondas idénticas de longitud ( $\lambda$ ) y de amplitud ( $A$ ), entonces:

$$x_R = 2A \sin\left(kz - \omega t - \frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (2.4.2)$$

De tal manera que la amplitud ( $A_R$ ) de la onda resultante es:

$$A_R = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (2.4.3)$$

Ejemplo:

1. ¿Cuál es el ángulo de fase entre dos ondas de igual frecuencia, amplitud y longitud de onda que se superponen formando una onda de amplitud 50% mayor que las originales?

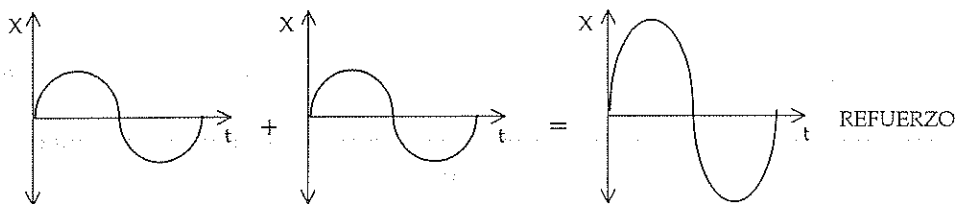
$$A_R = 1.5 A = 2 A \cos \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = 82.8^\circ$$

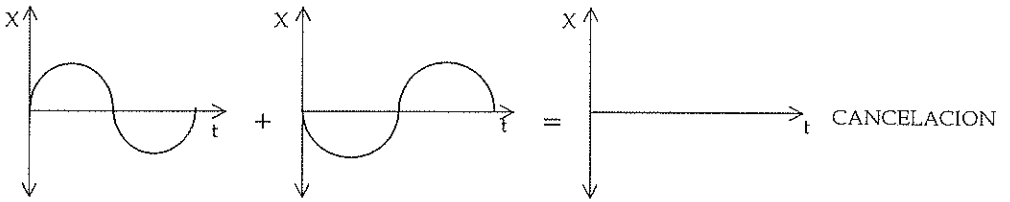
## 2.5 INTERFERENCIA.-

Dos ondas pueden compartir el espacio por el que se propagan, es decir se superponen formando un patrón de interferencia. Los efectos de las ondas pueden aumentar, disminuir o neutralizarse en el patrón de interferencia.

Cuando la cresta de una onda se superpone a la cresta de otra, los efectos de ambas se suman. El resultado es una onda de mayor amplitud, este fenómeno se conoce como **interferencia constructiva** ó **refuerzo** y se dice que las ondas están en fase:

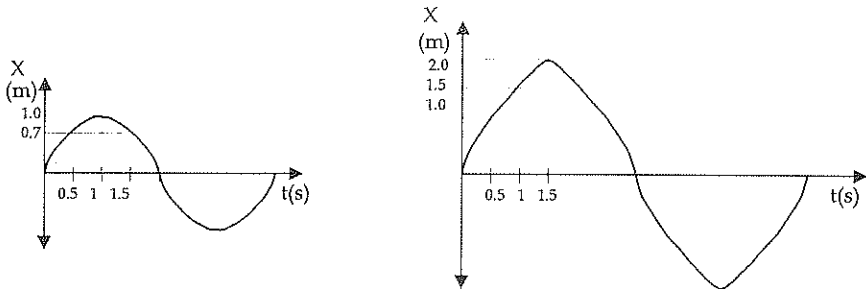


Si la cresta de una onda se superpone al valle de otra, sus efectos se reducen, este fenómeno se llama **interferencia destructiva** ó **cancelación**, es decir las ondas están desfasadas:

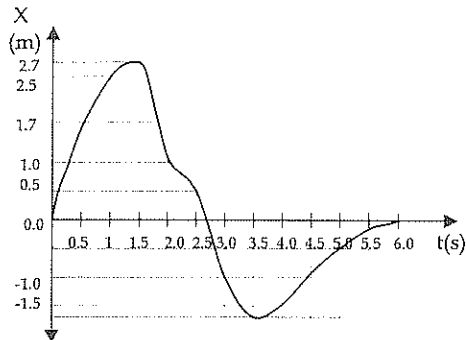


Ejemplo:

1. Si las dos ondas representadas en la figura se superponen, graficar la onda resultante.



Onda Resultante:

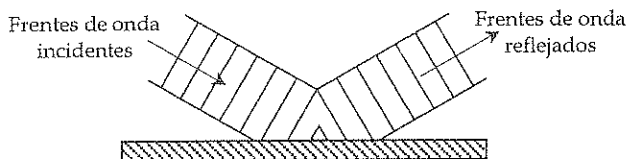


## 2.6 REFLEXION.-

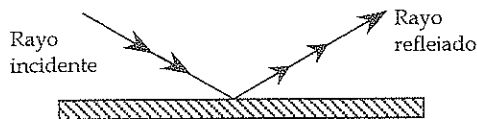
Para estudiar este fenómeno conviene definir previamente el **frente de onda**, que corresponde a la línea formada por los puntos que son alcanzados por la onda al mismo tiempo y es perpendicular a la dirección de la velocidad de propagación y se define como rayo a una línea imaginaria dibujada en la dirección en la cual se mueve la onda perpendicular al frente de onda.

Cuando una onda choca contra un obstáculo la dirección de propagación de la onda cambia, este fenómeno se conoce como **reflexión**.

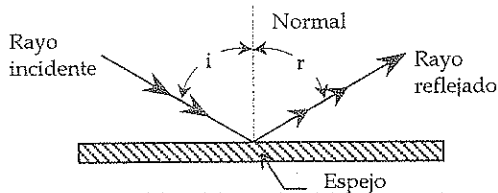
La figura muestra la reflexión de un frente de onda recto:



Para simplificar el análisis de este fenómeno, se utiliza el modelo del rayo:



Se define al ángulo de incidencia ( $i$ ) como el ángulo entre el rayo incidente y la normal al obstáculo y como ángulo de reflexión ( $r$ ) al ángulo formado entre el rayo reflejado y la normal al obstáculo.



Las leyes de la reflexión son:

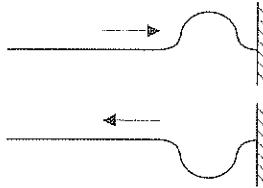
- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado forman un solo plano.
- El ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son iguales:

$$i = r$$

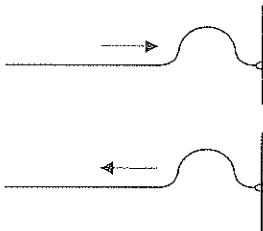
(2.6.1)

## 2.6.1 ONDAS ESTACIONARIAS.-

Si un pulso se propaga en una cuerda fija en un extremo (en la pared), el pulso se refleja invertido. Esto se debe a que el pulso origina que la cuerda ejerza una fuerza hacia arriba sobre la pared y por la tercera ley de Newton que la pared ejerza una fuerza de reacción igual pero en sentido contrario (hacia abajo).



Si el pulso se propaga en una cuerda con extremo libre (anillo), el pulso se refleja sin invertirse. En este caso el anillo se mueve hacia arriba acelerado por el pulso y luego desciende como si fuese una partícula más, de la cuerda.



Si en lugar de un pulso, en la cuerda se propaga una onda, en el punto fijo se genera una onda reflejada invertida y de acuerdo al principio de superposición, el desplazamiento resultante corresponde a la suma vectorial de los desplazamientos (de la onda incidente y de la onda reflejada). En la mayoría de casos se obtendrá una onda resultante de apariencia confusa, pero si la cuerda vibra a una frecuencia adecuada, las dos ondas interferirán de tal modo que se produce una onda estacionaria o permanente que se denomina así porque parece no moverse.

Para este caso, la ecuación 2.4.1 se modificaría así:

$$x_R = 2A \sin(kz) \cos(\omega t) \quad (2.6.2)$$

En la onda estacionaria, ciertos puntos de la cuerda no se mueven y se llaman nodos y los puntos en los que la interferencia constructiva es máxima, se denominan antinodos.

Los nodos y antinodos consecutivos están separados por media longitud de onda (de la onda resultante). Sin embargo cabe aclarar que la longitud de onda de la onda resultante es igual a la de la onda incidente y de la reflejada.

Una onda estacionaria puede generarse a varias frecuencias determinadas. Si la frecuencia aumenta, la longitud de onda disminuye, por tanto el número de nodos (antinodos) aumenta.

Las frecuencias a las que ocurren las ondas estacionarias se denominan frecuencias naturales o resonantes y dependen de la masa, elasticidad y la geometría del medio. Estas frecuencias ( $f_n$ ) pueden calcularse a partir de la ecuación:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n \cdot v}{2L} \quad (2.6.3)$$

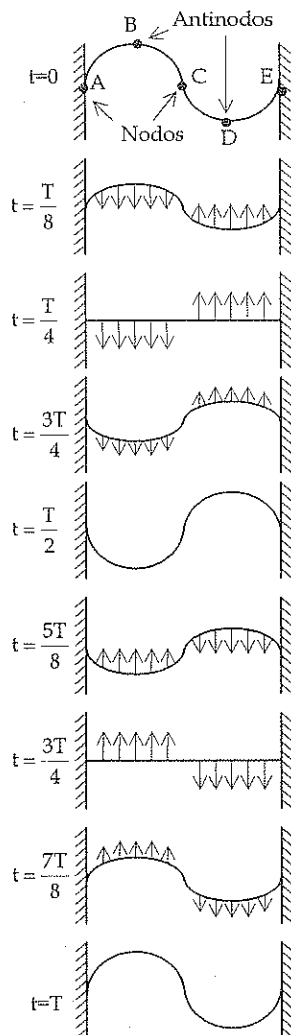
Donde:  $n = 1, 2, 3, \dots$

$L$  = Longitud de la cuerda

Reemplazando el valor de  $v$  (ec. 2.3.6), se tiene:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (2.6.4)$$

La primera frecuencia natural ( $n = 1$ ) se denomina frecuencia fundamental, todas las demás frecuencias naturales son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.



Ejemplo:

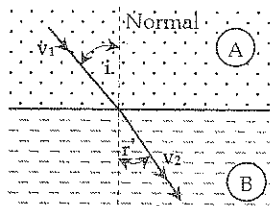
1. Una cuerda de violín tiene una longitud de 42 cm y una masa de 5 g y está bajo una tensión de 2000 N. Si la frecuencia que percibe el oído humano está entre 20 y 20000 Hz. Determinar si se puede escuchar el tono de la frecuencia fundamental producida por esta cuerda al ser tocada.

$$f_1 = \frac{1}{2(0.42\text{m})} \sqrt{\frac{2000\text{N}}{5 \times 10^{-3} \text{Kg}/0.42\text{m}}} = 488\text{Hz}$$

Si se puede escuchar debido a que se encuentra en el rango que percibe el oído humano.

## 2.7 REFRACCION.-

Si un rayo viaja en línea recta en un medio (A) determinado a una velocidad de propagación de onda ( $v_1$ ) ingresa en otro medio (B), este desvía su dirección y viaja en una nueva línea recta con una velocidad de propagación ( $v_2$ ) también constante. Este fenómeno se conoce como **refracción**.



Se define al ángulo de incidencia ( $i$ ) como el ángulo entre el rayo incidente y la normal y al ángulo de refracción ( $r$ ) como el ángulo entre el rayo refractado y la normal.

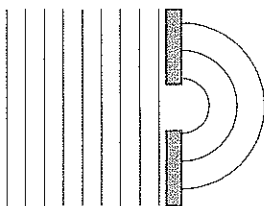
El ángulo  $i$  es diferente al ángulo  $r$ . Esta diferencia depende de las densidades de los dos medios,  $r$  será mayor que  $i$ , si el rayo pasa de un medio más denso a otro y  $r$  será menor que  $i$ , cuando el rayo va de un medio a otro de mayor densidad.

La ley que relaciona los ángulos de incidencia ( $i$ ) y refracción ( $r$ ) con las velocidades de propagación ( $v_1$ ) y ( $v_2$ ) se conoce como ley de Snell y está dada por:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2.7.1)$$

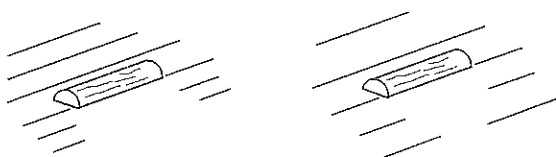
## 2.8 DIFRACCION.-

Cuando un frente de onda recto choca contra una barrera con una abertura estrecha, solo la parte del frente de onda que incide sobre la rendija puede pasar al otro lado, pero al hacerlo genera nuevas ondas cuyo frente es circular como se ve en la figura; siempre que el orificio tenga una dimensión cercana a  $\lambda$ .



## 2.8.1 PRINCIPIO DE HUYGENS.-

Cuando una onda se encuentra con un obstáculo tiende a bordearlo, fenómeno que se conoce como difracción. Entonces puede decirse que cada punto del frente de onda es una fuente de nuevas ondas que envuelve a todas las anteriores; este enunciado corresponde al Principio de Huygens. En general cuanto mayor es la longitud de onda respecto al tamaño del obstáculo, mayor es el efecto de la difracción. Ver la figura siguiente:



Ejemplo:

1. La velocidad de una onda se duplica al pasar de una medio a otro. Determinar el ángulo de refracción de la onda, sabiendo que el ángulo de incidencia es  $20^\circ$ .

$$\frac{\text{sen } 20^\circ}{\text{sen } r'} = \frac{v_1}{2v_1}$$

$$r' = 43^\circ$$



## Ejercicios

- 2.8.1 En una playa, las olas cuya distancia entre las crestas es de 3 m, llegan con una frecuencia de 0.2 Hz. Determinar la velocidad con la que un surfista debe nadar para alcanzar una de las olas y surfear hasta la orilla.
- 2.8.2 Calcular la profundidad del mar en un punto en el que al enviar una señal perpendicular al fondo marino de 1.5 Hz regresa en 25 s, sabiendo que la longitud de onda de la señal es  $5.7 \times 10^{-4}$  m.
- 2.8.3 Una cuerda de guitarra toca con una frecuencia de 150 Hz. Si aumenta la tensión 15%, ¿con qué frecuencia sonará la cuerda?
- 2.8.4 En una cubeta 2 focos A y B idénticos separados 5 m producen ondas al mismo tiempo de 2 cm de amplitud y 1 Hz de frecuencia. La velocidad de las ondas es de 3 m/s. ¿Cuál es la amplitud resultante en los puntos situados sobre la recta AB y a 1 m, 1.5 m, y 2 m de A?
- 2.8.5 Determinar la frecuencia fundamental de una cuerda vibratoria, si dos frecuencias naturales sucesivas en esta son 660 Hz y 880 Hz.

## 2.9 SONIDO.-

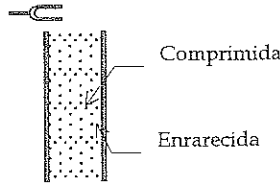
Cuando por efecto de una fuerza instantánea exterior se alarga, se dobla o se tuerce una varilla sujeta en un extremo y después se deja la varilla abandonada a sí misma, su fuerza elástica tiende a volverla a su posición de equilibrio, pero la velocidad que esta fuerza imprime a las partículas las hace pasar en sentido contrario más allá de esta posición, con ello se origina una nueva fuerza elástica en sentido opuesto a la primera que imprime a las partículas una velocidad que nuevamente las hace pasar en sentido contrario más allá de su posición de equilibrio y así sucesivamente, es decir se produce una vibración que únicamente llega hasta nosotros en forma de sonido.

El estado de vibración en que se encuentra un cuerpo sonoro se hace evidente, por ejemplo, al tocar con el dedo una cuerda de guitarra. El número de vibraciones necesario para que el oído perciba una sensación sonora es de 16 a 40000 por segundo, fuera de estos límites, no se oye.

Para que pueda transmitirse un sonido es necesario que entre el cuerpo sonoro y el oído exista una sustancia elástica (sólida, líquida o gaseosa) conocida como **medio**.

El mecanismo de la propagación del sonido es el siguiente: el cuerpo sonoro debido a su movimiento (vibración) origina ondas en el medio que le rodea capaces de impresionar el sentido del oído al alcanzarle, produciendo la sensación de sonido.

Las ondas sonoras son ondas longitudinales. Las ondas longitudinales no se producen en la forma que acostumbramos observar. En estas no hay crestas ni valles, porque las partículas que oscilan no se mueven perpendicularmente a la línea recta en que se propaga el movimiento, sino que las partículas se desplazan paralelamente a la dirección de propagación de la onda. Con estos desplazamientos longitudinales unas partículas se juntan a otras, es decir la materia se comprime, mientras que otras se separan es decir la materia se enrarece, como se muestra en la figura. Por consiguiente los movimientos ondulatorios longitudinales dan siempre lugar a compresiones y rarefacciones.



2.9.1 VELOCIDAD DEL SONIDO.-

La velocidad con que se propaga el sonido varía de un medio a otro, en razón de las diferencias que existen con respecto a los factores de elasticidad, densidad y temperatura.

En general se puede afirmar que la velocidad del sonido es mayor en cuanto más rígido sea el medio y cuanto menor sea su densidad, así mismo se puede decir que en los sólidos el sonido se propaga con mayor velocidad que en los líquidos y en estos que en los gases.

La velocidad del sonido en diferentes medios se tabula a continuación:

TABLA 2.9.1

Medio	Temperatura (°C)	Velocidad del sonido (m/s)
Aire	15	340
Agua	15	1450
Hielo	20	5130

La velocidad de propagación ( $v$ ) de una onda longitudinal está dada por una ecuación similar a la velocidad de una onda transversal:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Factor de fuerza elástica}}{\text{Factor de inercia}}} \quad (2.9.1)$$

Si la onda longitudinal viaja en un medio sólido:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.9.2)$$

Donde: E módulo de elasticidad del material (Módulo de Young)  
 $\rho$  densidad del material

Si la onda longitudinal viaja en un medio líquido o gaseoso:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (2.9.3)$$

Donde: B módulo de volumen

A continuación se presenta una tabla donde aparecen los valores de E y de B para diferentes materiales:

TABLA 2.9.2

Material	E (N/m <sup>2</sup> )	B (N/m <sup>2</sup> )
Hierro	100×10 <sup>9</sup>	
Aluminio	70×10 <sup>9</sup>	
Concreto	20×10 <sup>9</sup>	
Agua		2×10 <sup>9</sup>
Alcohol Etilico		1×10 <sup>9</sup>
Gases* (aire, H <sub>2</sub> , CO <sub>2</sub> a P atm normal)		1.01×10 <sup>5</sup>

Si al propagarse las ondas sonoras encuentran un obstáculo, se reflejan y todos los puntos de la superficie encontrados por el movimiento ondulatorio se convierten en otros tantos centros de vibración emisores de un sistema de ondas llamadas de retroceso.

El eco es la repetición de un sonido emitido una sola vez. Se produce por la reflexión de las ondas sonoras sobre un obstáculo suficientemente alejado del centro de vibración para que no se confunda el sonido emitido con el sonido reflejado.

Para que el eco pueda percibirse, la superficie de reflexión debe estar dispuesta de tal modo que el sonido reflejado vuelva al punto de partida. Además,

es indispensable, que las ondas empleen en ir y volver un tiempo por lo menos igual a la duración del sonido emitido.

El sonido puede sufrir varias reflexiones sucesivas, dando lugar a los ecos múltiples, resultando un sonido repetido varias veces. En las sucesivas reflexiones el sonido se va haciendo cada vez menos intenso en sus ecos, llegando a desaparecer por completo. Entre las ondas sonoras pueden ocurrir los fenómenos propios de cualquier tipo de onda: reflexión, refracción, interferencia y difracción; regidos por las mismas leyes.

## 2.9.2 CUALIDADES DEL SONIDO.-

Se denominan cualidades del sonido, aquellas características o propiedades que los acompañan y que nos permiten distinguir unos sonidos de otros. Desde el punto de vista físico estas cualidades se reducen a tres: intensidad, tono o altura y timbre.

Intensidad.- Es la sensación más o menos fuerte del sonido. La intensidad del sonido aumenta con la amplitud de las oscilaciones del cuerpo sonoro, depende también en forma directa de la masa del cuerpo vibrante. Los sonidos van debilitándose a medida que aumenta la distancia recorrida en el caso de que se propaguen libremente en ondas esféricas, pues la energía del cuerpo sonoro se comunica a superficies cada vez mayores, que crecen según el cuadrado de sus radios; por lo tanto, la energía que llega a la unidad de superficie así como la intensidad del sonido, varían en razón inversa al cuadrado de la distancia al cuerpo sonoro.

La intensidad del sonido (I) se define como la potencia (P) transferida por una onda sonora a través del área (S), normal a la dirección de propagación.

$$I = \frac{P}{S} \quad (2.9.4)$$

UNIDADES:

En el sistema internacional: 
$$I = \frac{P[\text{Watts}]}{S[\text{m}^2]}$$

De la ecuación 1.3.9 se puede demostrar que la intensidad también está dada por:

$$I = 2\pi^2 f^2 A^2 \rho v \quad (2.9.5)$$

Donde: A amplitud de la onda sonora  
 $\rho$  densidad del medio  
 $v$  velocidad del sonido en el medio  $\rho$   
 $f$  frecuencia de la onda sonora

Cuando la intensidad  $I_1$  de un sonido es diez veces mayor que la intensidad  $I_2$  de otro, se dice que la razón de intensidades es 1 Bel (B).

De este modo cuando se comparan las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  de dos sonidos se lo hace mediante un parámetro  $\beta$  que corresponde al logaritmo de la razón de las intensidades en comparación y se mide en bels (B).

$$\beta = \log \frac{I_1}{I_2} \quad (2.9.6)$$

En la práctica un bel resulta ser demasiado grande, por lo que se define una unidad más útil: el decibel (dB) que corresponde a la décima parte de un bel.

En general se ha establecido como intensidad de comparación  $I_2$ , la intensidad en el umbral de audición  $I_0$  (representa el cero estándar de la intensidad de sonido), por tanto el nivel de intensidad ( $\beta$ ) en decibeles (dB) de cualquier sonido de intensidad  $I$  será:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (2.9.7)$$

Donde:  $I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2$

Cabe anotar que el efecto de la intensidad sobre el oído humano se manifiesta como volumen.

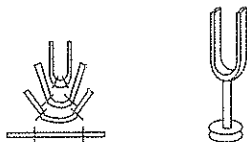
Tono o altura.- Se refiere a si el sonido es alto o bajo. La cantidad física que determina la altura es la frecuencia, mientras mayor es la frecuencia más agudo es el sonido y cuando la frecuencia es baja el sonido es grave.

Timbre.- Es característico de cada instrumento por ejemplo las notas de un piano y de un violín son claramente distinguidas por el oído aunque tengan el mismo tono e intensidad. Esta cualidad de las notas musicales se llama timbre.

Al perturbar una cuerda de un instrumento musical, esta vibra con la frecuencia fundamental y dos frecuencias características adicionales (sobretonos), el sonido percibido es la onda resultante; como en cada instrumento musical las amplitudes de los diversos sobretonos son distintas aunque la frecuencia

fundamental sea la misma, la onda resultante siempre difiere de un instrumento a otro y corresponde a su timbre característico.

Cuando una varilla libre por sus dos extremos vibra, se producen dos nodos A y B como indica la figura. Si la varilla se va doblando por su mitad los nodos se van aproximando hasta que, cuando las dos ramas resultan paralelas, los dos nodos prácticamente coinciden, y la varilla recibe el nombre de DIAPASON. Para facilitar su manejo y montaje se le aplica una varilla de unión en el punto medio, con la cual no se altera su vibración. Las ramas del diapasón vibran aproximándose y separándose alternativamente porque en una varilla recta hay un vientre central en medio y los extremos se mueven hacia arriba y abajo simultáneamente y esto ocurre en la varilla en U aunque el vientre central haya desaparecido. La importancia de los diapasones estriba en que cuando tienen dimensiones proporcionadas y se los golpea suavemente, la nota que producen es prácticamente un sonido simple porque casi no se producen sobretonos.



### 2.9.3 RESONANCIA.-

Para oír mejor el sonido producido por un diapasón, se le coloca sobre una caja o una mesa las cuales empiezan a vibrar con la misma frecuencia, poniendo en movimiento una cantidad de aire mayor. Este tipo de vibración (la de la mesa) se conoce como forzada.

La resonancia se origina cuando la frecuencia de la vibración forzada de un objeto es igual a su frecuencia natural produciendo como consecuencia un marcado aumento en la amplitud.

El fenómeno de resonancia tiene muchas aplicaciones: así en los instrumentos musicales para tener variedad de sonidos y reforzarlos se construyen con una caja de resonancia cuya forma, tamaño, material, etc., cambian. Sin embargo la resonancia también ocasiona consecuencias negativas tal es el caso de los auditorios grandes o mal diseñados en los que los sonidos resultan profundos a causa de la resonancia y por tanto desagradables al oído.

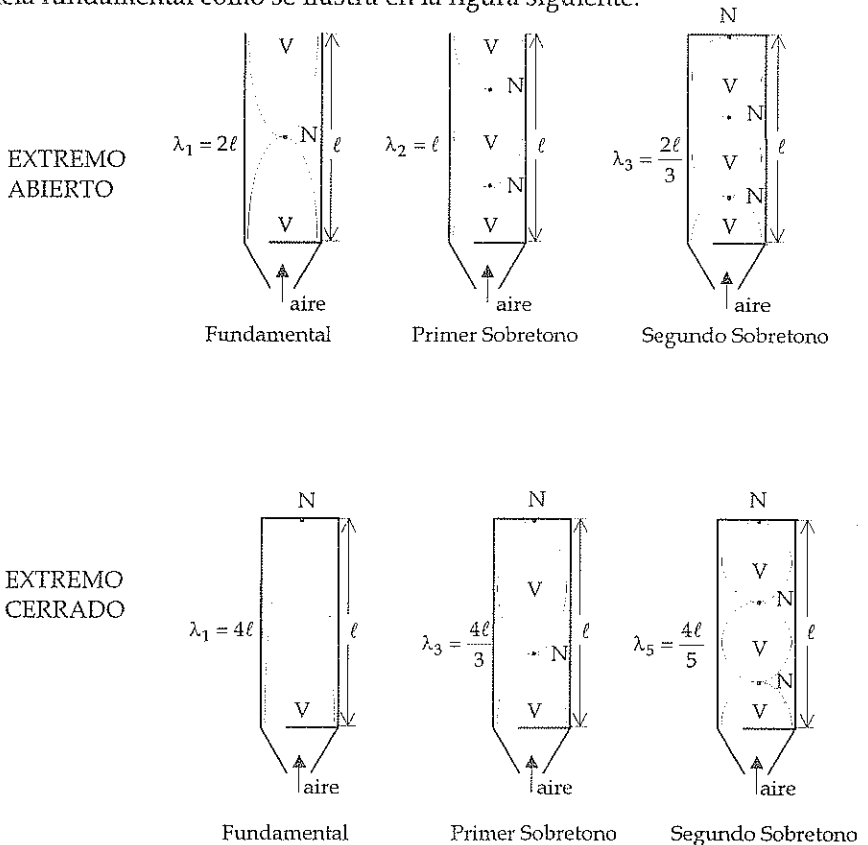
### 2.9.4 TUBOS SONOROS.-

Las columnas de gas y de aire encerradas en tubos pueden entrar en vibración longitudinal de un modo análogo a como vibran las varillas y cuerdas. Cabe distinguir dos casos: según que el tubo esté abierto por ambos extremos o que uno de ellos esté cerrado.

En el extremo abierto de un tubo la columna de aire está en contacto con la atmósfera y por tanto las moléculas de aire pueden vibrar libremente, determinándose un vientre análogo al extremo libre de una cuerda.

En el extremo cerrado el desplazamiento de las moléculas de aire es nulo y por tanto se tendrá un nodo, como en el extremo fijo de una cuerda.

En ambos casos las frecuencias características son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental como se ilustra en la figura siguiente:



A partir de la ecuación 1.6.2 se obtiene:

Para extremo abierto:

$$f_n = \frac{nv}{2\ell} \quad (2.9.8)$$

Donde:  $n$  (1, 2, 3, .....)

Para extremo cerrado:

$$f_n = \frac{nv}{4\ell} \quad (2.9.9)$$

Donde:  $n$  (1, 3, 5, .....)

Nótese que para un tubo cerrado el primer sobretono es la tercera armónica, el segundo sobretono es la quinta armónica y así sucesivamente.

Ejemplo:

1. ¿Qué longitud debe tener un tubo cerrado para que su primer sobretono tenga una frecuencia de 1000 Hz?

$$\ell = \frac{nv}{2f_n} = \frac{3 \times 340 \text{ m/s}}{2 \times 1000 \text{ Hz}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 51 \text{ cm}$$

2. ¿Cuál es la frecuencia fundamental y la del segundo sobretono para un tubo abierto de 60 cm de longitud?

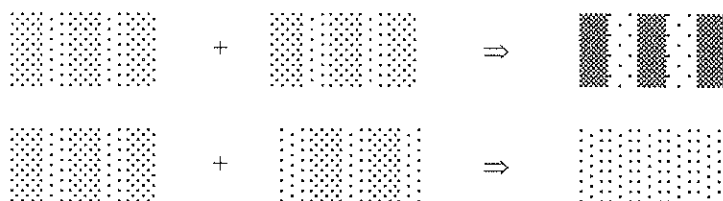
$$f_1 = \frac{1 \times 340 \text{ m/s}}{2 \times 0.6 \text{ m}} = 283.3 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{2 \times 340 \text{ m/s}}{2 \times 0.6 \text{ m}} = 566.6 \text{ Hz}$$



### 2.9.5 PULSACIONES.- Interferencia de ondas de igual frecuencia y velocidad de propagación.

Cuando dos ondas longitudinales interfieren se pueden reforzar o cancelar como se esquematiza en la figura:



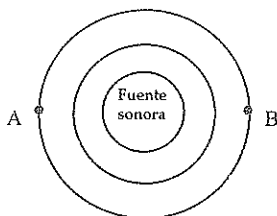
La interferencia destructiva de las ondas sonoras tiene aplicaciones en la reducción del ruido, como por ejemplo de los martillos hidráulicos.

Las **pulsaciones** constituyen un caso especial de interferencia y se presentan cuando dos fuentes sonoras (por ejemplo dos diapasones) vibran con frecuencias cercanas pero no iguales e interfieren. El sonido resultante fluctúa en intensidad: se eleva, descende, se eleva, descende, y así sucesivamente. Esta fluctuación periódica de intensidad del sonido se denomina pulsación y sirve para comparar frecuencias. *El número de pulsaciones que se escucharían por segundo sería la diferencia entre las dos frecuencias comparadas.*

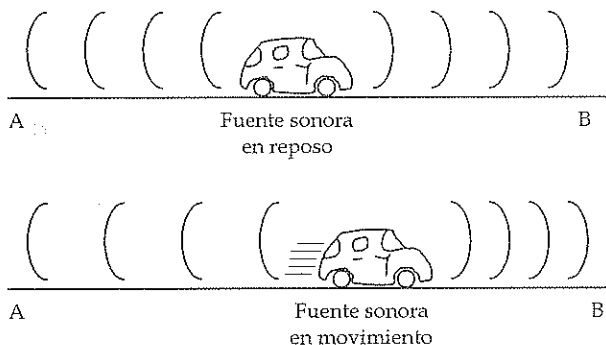
Afinar los instrumentos musicales es una aplicación práctica de las pulsaciones: por ejemplo un piano está afinado cuando las frecuencias de cada cuerda y el respectivo diapason estandarizado son idénticas y por tanto no hay pulsaciones.

### 2.9.6 EFECTO DOPPLER.-

Cuando una fuente sonora está en reposo las ondas llegan a puntos equidistantes (A y B) con la misma frecuencia como lo ilustra la figura:



Si la fuente sonora se mueve hacia B, la frecuencia del sonido en B es mayor (y en A es menor) que cuando la fuente está en reposo.



La velocidad de una onda sonora no depende de la velocidad de la fuente o del observador sino solo del medio en el que se propaga.

El cambio aparente en la frecuencia de un sonido cuando existe un movimiento relativo entre la fuente y el oyente se conoce como **Efecto Doppler**.

Si se analiza el fenómeno de una fuente sonora que se acerca a un oyente durante un tiempo igual al período ( $T$ ) se tiene que:

$$\lambda' = vT - v_s T = (v - v_s)T \quad (2.9.10)$$

$$\left( \left( \leftarrow \lambda \rightarrow \left( \begin{array}{c} v_s=0 \\ \bullet \end{array} \right) \leftarrow \lambda \rightarrow \right) \right) \quad \left( \leftarrow \lambda'' \rightarrow \left( \begin{array}{c} v_s \\ \bullet \rightarrow \end{array} \right) \leftarrow \lambda' \rightarrow \right) \right)$$

Donde:  $\lambda'$  longitud de onda que percibe el oyente

$v_s$  velocidad de la fuente

Como: 
$$\lambda = \frac{v}{f} = vT$$

$$\frac{v}{f'} = \frac{v}{f_s} - \frac{v_s}{f_s} \quad (2.9.11)$$

$$\boxed{f' = \frac{v f_s}{v - v_s}} \quad (2.9.12)$$

Donde:  $f'$  es la frecuencia que percibe el oyente

$f_s$  es la frecuencia que genera la fuente

Si la fuente se aleja del oyente se obtiene que:

$$f' = \frac{v f_s}{v + v_s} \quad (2.9.13)$$

Ejemplo:

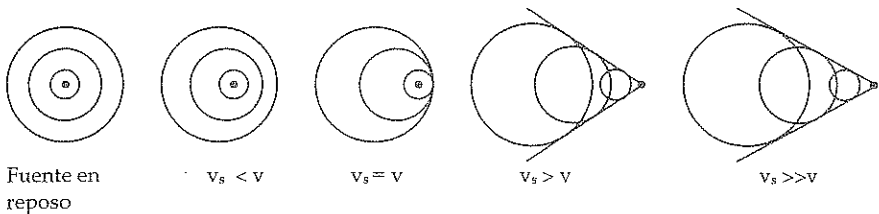
- 1.- La sirena de una ambulancia que se acerca es percibida por una persona en reposo como de 500 Hz, al pasar y alejarse de la persona, la frecuencia cambia a 450 Hz. ¿A qué velocidad va la ambulancia?

$$(1) \quad 500 \text{ Hz} = \frac{v f_s}{v - v_s} = f'$$

$$(2) \quad 450 \text{ Hz} = \frac{v f_s}{v + v_s} = f''$$

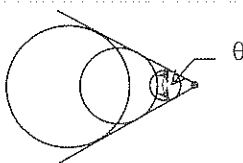
$$(1) \text{ dividido para } (2): v_s = 17.9 \text{ m/s}$$

Un caso particular del efecto Doppler se produce cuando la velocidad de la fuente ( $v_s$ ) es igual a la velocidad ( $v$ ) de las ondas que genera y se forma una barrera de ondas. La fuente entonces requiere de un empuje considerable para atravesar esta barrera, luego de lo cual puede moverse más a prisa sin encontrar obstáculos similares. Si la fuente genera ondas circulares, los bordes de las crestas se superponen cuando  $v_s > v$ , y forman un patrón en V, llamado **onda de proa** como se ilustra en la figura:



El ejemplo más simple lo constituye un bote de motor que viaja a gran velocidad formando en el agua una onda de proa.

Cuando la fuente genera ondas esféricas, el patrón formado es un cono conocido como **onda de choque**, por ejemplo un avión supersónico (cuya velocidad es mayor que la del sonido) produce la llamada **explosión sónica** cuando la coraza cónica de aire comprimido llega al observador en tierra, ya que las crestas de la onda se superponen, como se esquematiza en la figura.



El ángulo  $\theta$  del cono formado por la onda de choque viene dado por:

$$\text{sen } \theta = \frac{v}{v_s} \quad (1.9.14)$$

### Ejercicios

- 2.9.1 Dos cuerdas de guitarra se afinan a 300 Hz, si a una de ellas se le disminuye la tensión en un 5%. ¿Cuál es la frecuencia de las pulsaciones resultantes al rasgar las dos cuerdas al mismo tiempo?
- 2.9.2 Un silbato de 500 Hz se emite en una fábrica, si un individuo circula en su coche a 15 m/s. ¿Con qué frecuencia le alcanza dicho silbato?
- 2.9.3 Un tubo sonoro de extremo abierto de 2 m de longitud resuena con dos armónicas sucesivas de 400 y 450 Hz. ¿Cuál es la velocidad del sonido en el interior del tubo?
- 2.9.4 Un tubo de órgano cerrado en un extremo, tiene 1.2 m de longitud. ¿Cuántos sobretonos emite entre los límites de audición humana?
- 2.9.5 Un avión viaja al doble de la velocidad del sonido a 7000 m de altura. ¿Cuánto tiempo después de que el avión pasa justamente sobre la persona, esta siente la explosión sónica?

### EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1.- Las señales de radio FM tienen frecuencias entre 88 MHz y 108 MHz y viajan a  $3 \times 10^8$  m/s. ¿En qué rango de longitudes de onda viajan esas señales?
- 2.- A una estación sismológica llegan dos ondas A y B de un sismo con una diferencia de 1.3 min. Si la onda A viaja a 8 Km/s y la onda B viaja a 6 Km/s. ¿A qué distancia de la estación sismológica se halla el epicentro del sismo?
- 3.- La relación  $x$  vs  $t$  para una onda está dada por:  $x = \pm 2.3 \text{ sen}(4t + 0.2)$ , donde:  $t$  en (s) y  $x$  en (cm). ¿Cuáles son:  $\lambda$ ,  $f$ ,  $A$  y  $v$  de esta onda?

- 4.- Una onda se propaga a una velocidad de 15 m/s, con una frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 3 cm. Si cuando  $t = 0$ , el desplazamiento es de 2 cm. ¿Qué valor tiene el ángulo de fase?
- 5.- Una cuerda de 400 g de masa y 10 m de longitud se estira entre dos puntos fijos, si sobre la cuerda se ejerce una tensión de 50 N. ¿En qué tiempo recorre un pulso toda la cuerda?
- 6.- ¿Cuál es la frecuencia de las ondas transversales en una cuerda de 5 m de longitud y 180 g de masa si se la somete a una tensión de 10 N y  $\lambda$  es 0.2 m?
- 7.- La masa de una cuerda de guitarra de 1 m de longitud es 40 g, si la velocidad de las ondas transversales en las 6 cuerdas de la guitarra es de 25 m/s. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen las cuerdas sobre los extremos de la guitarra?
- 8.- Un mono de 100 N se cuelga en el extremo de la rama de un árbol haciéndola vibrar con una frecuencia de 1 Hz. Suponiendo que la densidad lineal de la rama es 0.5 Kg/m. ¿Cuál es la longitud de onda de las vibraciones que produce?
- 9.- Las ecuaciones de dos ondas son:  $x_1 = 4\text{sen}(2t)$  ;  $x_2 = -2\text{sen}(3t)$   
Donde:  $f$  en (s) y  $x$  en (m). Si las dos ondas interfieren ¿cuál es la amplitud y la longitud de onda resultante?
- 10.- Una onda tiene una amplitud de 10 cm y es el resultado de la superposición de dos ondas iguales de 7 cm de amplitud. ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos ondas que interfieren?
- 11.- Una onda estacionaria está descrita por la ecuación:  $x = 0.3\cos(5.5t)\text{sen}(12.4z)$   
Donde:  $x$  en (m),  $t$  en (s) y  $z$  en (m). ¿Cuáles son: la longitud de onda y la frecuencia de las dos ondas iguales que dieron lugar a esta onda estacionaria?
- 12.- Las ecuaciones de dos ondas que viajan por una cuerda están dadas por:  
 $x_1 = 2.5\text{sen}[2\pi(0.05z - 10t)]$  ;  $x_2 = 2.5\text{sen}[2\pi(0.05z + 10t + 0.12)]$   
Donde:  $x$ ,  $z$  en (cm) y  $t$  en (s)  
¿Qué distancia existe entre dos nodos adyacentes de la onda estacionaria formada?
- 13.- Longitud de una cuerda es de 160 cm, cuando se la hace vibrar con una frecuencia de 800 Hz presenta 4 nodos incluyendo los dos extremos. ¿Cuál es la velocidad de la onda producida?
- 14.- Dos alambres de igual longitud y material se ajustan a la misma tensión. ¿Cuál será la relación entre sus frecuencias fundamentales si el uno tiene el doble de diámetro que el otro?
- 15.- Una cuerda de violín de 0.6 m de longitud tiene una frecuencia fundamental de 75 Hz. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas en esta cuerda?

- 16.- ¿Qué longitud debe tener un tubo de órgano cerrado en un extremo que tiene una frecuencia fundamental de 1120 Hz? ¿Cuáles son las frecuencias de los dos primeros sobretonos?
- 17.- Un tren hace sonar su silbato de 300 Hz de frecuencia, un muchacho en un cruce lo escucha a una frecuencia de 315 Hz. ¿Cuál es la velocidad del tren? ¿Se acerca o se aleja del muchacho?
- 18.- Un murciélago se acerca a una pared a 10 m/s emitiendo un sonido de 100 Hz, si el sonido se refleja totalmente en la pared, ¿cuál es la frecuencia del eco?
- 19.- Dos pitos de automóvil emiten sonidos de 550 y 544 Hz produciendo pulsaciones ¿de qué frecuencia?
- 20.- Un sonido de 1200 Hz tiene un nivel de intensidad de 35 dB. Determinar el nivel de intensidad que debe tener otro sonido de 200 Hz para que se escuche tan fuerte como el primero.

## EVALUACION OBJETIVA

## Completar:

1. Las ondas ..... vibran en la misma dirección de propagación de la onda.
2. La ecuación de una onda es función del ..... y del .....
3. Los puntos más elevados de una onda se llaman ..... y los más bajos se llaman .....
4. Si el resultado de la interferencia de dos ondas tiene mayor amplitud que cualquiera de estas, la interferencia se llama .....
5. Los puntos que no se mueven en una onda estacionaria se llaman ..... y son regiones de interferencia .....
6. La velocidad de propagación de una onda depende de .....
7. Si una onda viaja a través de un medio y al encontrarse con un obstáculo rebota, este fenómeno se conoce como .....
8. Si la tensión en una cuerda estirada entre dos puntos fijos aumenta, la ..... de las vibraciones provocadas disminuye.
9. Mientras menor es el orificio, las ondas generadas al atravesarlo (según el fenómeno de la difracción) son más .....
10. Al atravesar de un medio a otro, una onda cambia su ..... y su .....
11. El sonido es una onda ..... y .....
12. Si un sonido pasa del aire al acero su ..... aumenta.
13. La intensidad de un sonido se mide en .....
14. La altura de un sonido depende básicamente de .....
15. La frecuencia fundamental de un tubo de órgano depende principalmente de .....
16. El sonido no se transmite en .....
17. La explosión sónica se produce cuando la velocidad de la fuente sonora es ..... que la del .....
18. Cuando las ondas están en desfase se produce un ..... y cuando están en fase se produce .....
19. Cuando la fuente sonora se acerca a un oyente fijo, este percibe el sonido a ..... frecuencia que la emitida.
20. Una onda de choque es una onda en ..... dimensiones y una onda de proa en ..... dimensiones.

Escribir verdadero (V) o Falso (F):

1. Una onda transporta masa y energía ..... ( )
2. Una onda que viaja en el sentido negativo del eje  $z$  está representada por:  
 $x = A(kz + \omega t)$  ..... ( )
3. La frecuencia de una onda es independiente de su amplitud..... ( )
4. La amplitud de una onda resultante de la superposición de dos ondas es igual a la suma de sus amplitudes ..... ( )
5. La longitud de onda de una onda es la distancia entre una cresta y un valle consecutivos ..... ( )
6. El nodo de una onda estacionaria permanece en una posición y no vibra..... ( )
7. Si una onda duplica su amplitud, la energía que lleva también se duplica... ( )
8. En una cuerda con extremo fijo, el pulso se refleja invertido..... ( )
9. Cuando una onda pasa de un medio a otro, su frecuencia no cambia ..... ( )
10. La energía de la onda resultante de una superposición de dos ondas es igual a la suma de las energías de las ondas que interfieren ..... ( )
11. Si la tensión en una cuerda fija en sus extremos aumenta, la velocidad de propagación de la onda aumenta ..... ( )
12. El sonido se transmite en los sólidos ..... ( )
13. Cuando el sonido pasa del aire al hierro la onda cambia de longitudinal a transversal ..... ( )
14. Solo ciertos cuerpos tienen frecuencia natural ..... ( )
15. Una onda sonora puede anular a otra ..... ( )
16. En los tubos cerrados se produce en cada extremo un nodo ..... ( )
17. La frecuencia que escucha una persona aumenta cuando la fuente sonora se acerca ..... ( )
18. Una onda de proa es una onda tridimensional ..... ( )
19. Si un avión vuela a 1000 Km/h, es supersónico ..... ( )
20. Una onda de choque puede producirse sin que la fuente en movimiento emita un sonido ..... ( )



Subrayar la respuesta correcta:

1. La velocidad de una onda se refiere a:
  - a) La velocidad de las partículas en dirección perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
  - b) La velocidad de las partículas en la dirección de propagación de la onda.
  - c) La velocidad con la que la perturbación se mueve perpendicularmente a la dirección de propagación.
  - d) Ninguna.
2. La longitud de onda es:
  - a) La distancia entre dos crestas adyacentes.
  - b) La distancia entre una cresta y un valle consecutivos.
  - c) Igual que el período de la onda.
  - d) Ninguna.
3. La frecuencia de una onda es:
  - a) Independiente de la velocidad de la onda para una  $\lambda$  dada.
  - b) Dependiente de la amplitud de la onda.
  - c) Igual que el período de la onda.
  - d) Ninguna.
4. Si la ecuación de una onda es  $x(\text{cm}) = 0.4 \sin(0.5 z(\text{cm}) + 0.3 t(\text{s}))$ :
  - a) La longitud de onda es 0.5 cm.
  - b) La frecuencia es 21 s.
  - c) La velocidad de propagación es 26 cm/s.
  - d) Ninguna
5. Si la longitud de onda de una onda es 3 cm y su frecuencia 5 Hz:
  - a) La velocidad de propagación es 45 Km/h.
  - b) La amplitud es 15 cm.
  - c) El período es  $1/3$  s.
  - d) Ninguna.

6. Si las ecuaciones de dos ondas son:

$$x_1 = 0.5\text{sen}(0.4z + 0.2t) \text{ y } x_2 = \text{sen}(0.4z + 0.2t)$$

La ecuación de la onda resultante, si las ondas interfieren sería:

- a)  $\text{sen}(0.4z + 0.2t)$ .
  - b)  $1.5\text{sen}(0.4z + 0.2t)$ .
  - c)  $1.5\cos(0.4z + 0.2t)$ .
  - d) Ninguna.
7. Si dos cuerdas de diferente grosor se unen en los extremos y el conjunto es perturbado provocando una onda transversal, cuando esta onda va de la una cuerda a la otra:
- a) La velocidad no cambia.
  - b) La longitud de onda no cambia.
  - c) La frecuencia no cambia.
  - d) Ninguna.
8. Al presionar los trastes de una guitarra disminuye la longitud efectiva de la cuerda, por lo tanto cambia:
- a) La velocidad de la onda en la cuerda.
  - b) La frecuencia fundamental pero no la longitud de onda fundamental.
  - c) La frecuencia fundamental y la longitud de onda fundamental.
  - d) Ninguna.
9. Si en una cuerda fija en sus extremos se duplica la tensión, la frecuencia fundamental de la cuerda cambia por un factor de:
- a)  $\frac{1}{2}$ .
  - b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
  - c)  $\sqrt{2}$ .
  - d) Ninguna.
10. Para que se produzca una onda estacionaria en una cuerda es necesario que las dos ondas que interfieren:
- a) Tengan la misma frecuencia.
  - b) Tengan la misma longitud de onda.
  - c) Viajen a la misma velocidad pero en dirección opuesta.
  - d) Ninguna.

11. La refracción es un fenómeno que ocurre:
  - a) Cuando se da una interferencia constructiva.
  - b) Cuando la onda pasa de un medio a otro.
  - c) Cuando ocurre una difracción.
  - d) Ninguna.
12. Si la frecuencia fundamental de una cuerda tensa es 240 Hz, la frecuencia de su tercer armónico es:
  - a) 960 hz.
  - b) 720 Hz.
  - c) 480 Hz.
  - d) Ninguna.
13. Una onda sonora:
  - a) Es una onda transversal.
  - b) No puede transmitir energía.
  - c) Es una onda de compresión.
  - d) Ninguna.
14. Cuando una persona silva a una frecuencia de 500 Hz otra que está sumergida en el agua escucha el silvido a una frecuencia:
  - a) Menor que 500 Hz.
  - b) Mayor que 500 Hz.
  - c) De 500 Hz.
  - d) Ninguna.
15. Cuando el sonido pasa del aire a la madera:
  - a) Su velocidad disminuye.
  - b) Su frecuencia aumenta.
  - c) Se vuelve más intenso.
  - d) Ninguna.
16. Cuando una onda sonora de 500 Hz se propaga a través de cierto tipo de roca su longitud de onda resulta 8 m, la longitud de onda de un sonido de 300 Hz en el mismo material será:
  - a) 15 m.
  - b) 10 m.
  - c) 5 m.
  - d) Ninguna.

17. La intensidad de un sonido se mide en:
- a) m.
  - b) Hz.
  - c) Watts.
  - d) Ninguna.
18. La frecuencia fundamental de un tubo de órgano depende de:
- a) El diámetro del tubo.
  - b) La longitud del tubo.
  - c) La amplitud de la pulsación fundamental.
  - d) Ninguna.
19. Si la velocidad de la fuente sonora es la mitad de la velocidad del sonido, la frecuencia que escucha una persona en reposo cuando la fuente se acerca es:
- a) La misma que la emitida por la fuente.
  - b) El doble de la emitida por la fuente.
  - c) La mitad de la emitida por la fuente.
  - d) Ninguna.
20. Si la onda de choque de un avión supersónico forma un ángulo de  $60^\circ$ , ¿qué ángulo formará la nueva onda de choque si el avión supersónico vuela al doble de la velocidad inicial?:
- a)  $30^\circ$ .
  - b)  $120^\circ$ .
  - c)  $25.6^\circ$
  - d) Ninguna.

# Optica Geométrica

### 3.1 CONCEPTOS GENERALES.-

Algunas de las propiedades de la luz se pueden explicar al tratarla como una onda, mientras que otras pueden ser explicadas solamente si se la considera como un flujo de partículas moviéndose a la velocidad de la luz. A este doble comportamiento se denomina naturaleza dual (onda - partícula) de la luz.

La reflexión y la refracción de la luz son fenómenos ópticos que pueden ser mejor descritos en términos del carácter ondulatorio de la luz, en función de lo cual la luz puede considerarse como una onda electromagnética transversal que puede ser percibida por el ojo humano, con una trayectoria rectilínea y que como toda onda electromagnética puede propagarse en el vacío.

El rayo de luz corresponde a una línea imaginaria dibujada en la dirección en la cual se propagan las ondas de luz y es perpendicular al frente de onda.

Las lentes son capaces de desviar los rayos de luz que llegan a ellas y pueden ser de dos tipos convergentes y divergentes y pueden combinarse entre sí.

Si un rayo de luz incide en la frontera entre dos medios, parte de él se refleja y otra parte se refracta.

La luz blanca es una onda compuesta por otras de diferente longitud de onda, la dispersión es la separación de la luz blanca en sus ondas componentes. El espectro es la proyección de un haz dispersado.

Cuando la luz se propaga en un solo plano se dice que está polarizada.

### 3.2 NATURALEZA DE LA LUZ.-

La naturaleza de la luz ha sido muy discutida a lo largo de la historia, presentándose al respecto varias teorías, entre ellas:

La teoría corpuscular defendida por Newton considera que la luz está constituida por finísimos corpúsculos cuyo movimiento está regido por las leyes de la mecánica.

La teoría ondulatoria emitida por Huygens, establece que la luz es producida por la vibración de los electrones y se propaga en forma de ondas en un medio que forma el universo llamado éter.

La teoría **electromagnética** propuesta por Maxwell, cuya diferencia con la teoría ondulatoria radica en que la luz se considera como una onda electromagnética, es decir una combinación de campos eléctricos y magnéticos que puede propagarse en el vacío.

La teoría **cuántica** sustentada por Einstein, se basa en que la luz se transmite en paquetes de energía denominados cuantos o fotones.

Y la teoría **mecánica - ondulatoria** presentada por D`Broglie que unifica las teorías electromagnética y cuántica legando a la conclusión de que la luz tiene un comportamiento dual (onda - partícula) que es la más aceptada en la actualidad.

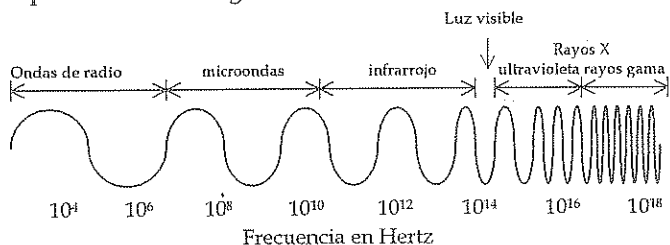
### 3.3 VELOCIDAD DE LA LUZ.-

Antiguamente se creía que la velocidad de la luz era infinita es decir que viajaba linealmente en forma instantánea, sin embargo varios científicos intentaron medir la rapidez de la luz sin obtener buenos resultados; hasta que Michelson obtuvo experimentalmente que dicha rapidez ( $c$ ) tenía un valor aproximado de  $3 \times 10^8$  m/s en el aire o en el vacío, cifra que hasta hoy se acepta como una constante aunque la velocidad de la luz varía ligeramente según el medio en que se propaga.

La determinación de la rapidez ( $c$ ) de la luz tiene gran utilidad en la medición de grandes distancias como las existentes entre los diferentes cuerpos celestes que conforman el universo. Así, se definió un año luz como la distancia que recorre la luz en un año y es equivalente a  $9.5 \times 10^{12}$  km.

### 3.4 ESPECTRO ELECTROMAGNETICO.-

Una onda electromagnética es energía emitida por los electrones que vibran en el interior de los átomos y es parcialmente eléctrica y parcialmente magnética. Estas ondas pueden ser de diferente longitud de onda y en conjunto reciben el nombre de espectro electromagnético.

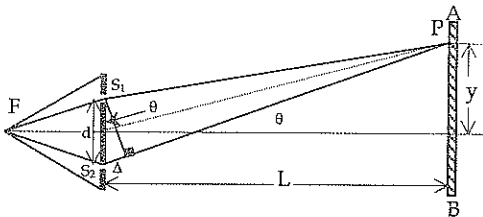


De todo este espectro electromagnético, el ojo humano percibe una pequeñísima parte denominada luz visible cuyo rango de longitudes de onda varía entre  $7600 \text{ \AA}$  (luz roja) y  $3800 \text{ \AA}$  (luz violeta) y su rango de frecuencias entre  $3.9 \times 10^{14} \text{ Hz}$  (luz roja) y  $7.9 \times 10^{14} \text{ Hz}$  (luz violeta); las ondas de frecuencia menor que la de la luz roja se denominan infrarrojas y las de frecuencia mayor que la de la luz violeta se denominan ultravioletas.

### 3.5 INTERFERENCIA.-

Como se explicó anteriormente las ondas interfieren constructiva o destructivamente, entonces al ser la luz una onda electromagnética se comporta de manera similar pero sus efectos son más difíciles de observar en virtud de la pequeñísima longitud de onda de la luz visible y de la necesidad de rayos coherentes para configurar un patrón de interferencia estacionario. Se llaman rayos coherentes a los que proceden de focos puntiformes inmediatos coincidiendo permanentemente en longitud de onda y con una diferencia de fase constante.

Entonces para analizar este fenómeno se hace pasar un haz de luz procedente de una sola fuente a través de dos ranuras delgadas, de tal manera que cualquier modificación ocurra de la misma manera en los dos haces formados y se consigan rayos coherentes que interfieran con un patrón estacionario.



Sean  $S_1$  y  $S_2$  ranuras separadas por una distancia  $d$ , iluminadas por el foco  $F$  y simétricamente colocadas. En estas condiciones cada uno de los orificios podrá considerarse como un nuevo foco; colocando a cierta distancia  $L$  una pantalla  $AB$ , en todo punto  $P$  de ella se reciben rayos procedentes de  $S_1$  y  $S_2$  que interfieren constructiva y destructivamente observándose una serie de franjas oscuras y claras (patrón de interferencia). La intensidad de la franja central es máxima y disminuye hacia los dos extremos de la pantalla.

La distancia  $S_1P$  es menor que la distancia  $S_2P$  y esta diferencia ( $\Delta$ ) está dada por:

$$\Delta = d \sin \theta \quad (3.5.1)$$

Para que la interferencia sea constructiva la diferencia entre las trayectorias ( $\Delta$ ) debe ser un número entero de longitudes de onda ( $\lambda$ ). Entonces:

$$\Delta = n\lambda \quad (3.5.2)$$

Donde:  $n = (1, 2, 3, \dots)$

Similarmente, para la interferencia destructiva, la diferencia  $\Delta$  debe ser un número impar ( $m$ ) de semilongitudes de onda ( $\lambda/2$ ):

$$\Delta = m \frac{\lambda}{2} \quad (3.5.3)$$

Donde:  $m = (1, 3, 5, \dots)$

Analizando geoméricamente el sistema se tiene que:

$$y = L \tan \theta = L \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad (3.5.4)$$

Si  $\theta$  tiende a cero ( $y \ll L$ ) entonces  $\cos \theta$  es aproximadamente 1, por tanto:

$$y = L \sin \theta \quad (3.5.5)$$

Reemplazando  $\sin \theta$  en la ecuación (3.5.1):

$$\Delta = d \left( \frac{y}{L} \right) \quad (3.5.6)$$

Para una interferencia constructiva reemplazando la ecuación (3.5.6) en la (3.5.2) se obtiene que:

$$y_n = \frac{n\lambda L}{d} \quad (3.5.7)$$

Para valores pequeños de  $\theta$ .

Para una interferencia destructiva:

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad (3.5.8)$$

Para valores pequeños de  $\theta$ .

Ejemplo:

1. Determinar la longitud de onda de la luz verde, que pasa por dos ranuras separadas 0.1 mm, la pantalla está colocada a 1.5 m de las ranuras y la distancia entre franjas consecutivas brillantes es 6.5mm.

$$\lambda = \frac{y_n d}{nL}$$

$$\lambda = \frac{6.5\text{mm} \cdot 0.1\text{mm}}{1 \cdot 1500\text{mm}} \times \frac{10^6\text{nm}}{1\text{mm}} = 433.3\text{nm}$$



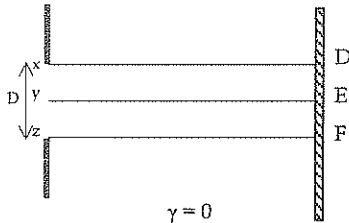
## 3.6 DIFRACCION.-

Al igual que cualquier onda, la luz puede difractarse al pasar a través de un obstáculo. Este fenómeno puede constatare fácilmente mediante sencillos experimentos como colocar un objeto opaco entre una pantalla y una fuente luminosa, alrededor de la sombra formada por el objeto existe un patrón de difracción (bordes delgados iluminados).

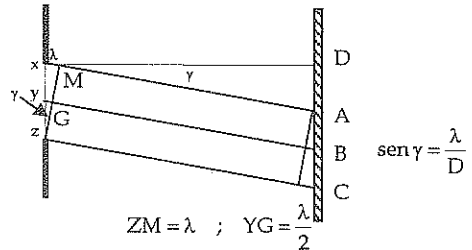
Los fenómenos de difracción adquieren especial interés y aplicación cuando se producen a través de las llamadas redes de difracción. Una red de difracción se compone de una serie de ranuras paralelas equidistantes entre sí.

Para determinar como surge el patrón de difracción, se analiza en principio, una sola ranura de la red.

De acuerdo al principio de Huygens todos los puntos de la ranura  $X - Y - Z$ , deben considerarse como centros secundarios de vibración y las ondas provenientes de estos puntos no solo se propagan perpendicularmente hacia la pantalla como  $XD$ ,  $YE$ ,  $ZF$ , sino que lo hacen en muchas direcciones como  $XA$ ,  $YB$  y  $ZC$ .



(a)



(b)

Como las ondas que se propagan perpendicularmente llegan en fase producen zonas de claridad en la pantalla (a).

Si los rayos viajan con un ángulo  $\gamma$  tal que  $XA - ZC = \lambda$ , entonces  $YB - ZC = \lambda/2$ , por lo tanto los rayos  $YB$  y  $ZC$  se cancelan, de la misma manera un rayo que esté más arriba de  $ZC$  se cancelará con uno que esté más arriba de  $YB$ , así los rayos se cancelarán en pares para este ángulo  $\gamma$  y no se observará ningún haz luminoso en la pantalla (b).

Entonces:

$$\text{sen } \gamma = \frac{\lambda}{D} \quad (3.6.1)$$

## 90 Luz y Optica Geométrica

Cuando  $\gamma = 0$ , se tiene la máxima intensidad luminosa (caso a) y la primera franja oscura ocurre para un valor de  $\gamma$  que cumple con la ecuación 3.6.1 (caso b).

Ahora, si  $XA - ZC = \frac{3}{2}\lambda$  se puede demostrar que:

$$\text{sen } \gamma = \frac{3\lambda}{2D} \quad (3.6.2)$$

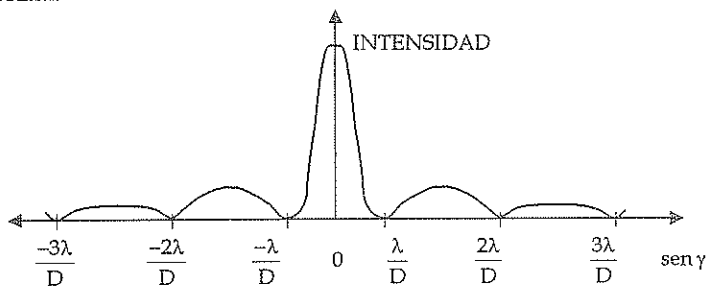
y nuevamente se produce una franja brillante pero de menor intensidad que en el caso (a) cuando  $\gamma = 0$ .

Ahora si  $XA - ZC = 2\lambda$ , se demuestra que:

$$\text{sen } \gamma = \frac{2\lambda}{D} \quad (3.6.3)$$

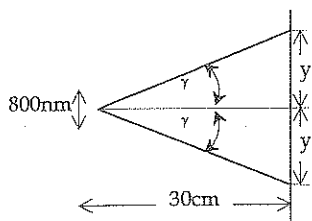
y en este caso no se observa ningún haz luminoso en la pantalla.

De este análisis puede obtenerse la curva: intensidad vs.  $\text{sen } \gamma$ , que tiene la siguiente forma:



Ejemplo:

1. Luz verde de 340 nm pasa por una ranura de 800 nm, si la pantalla está ubicada a 30 cm. ¿Cuál es el ancho de la franja central brillante?



$$\text{sen } \gamma = \frac{340}{800}$$

$$\gamma = 25.15^\circ$$

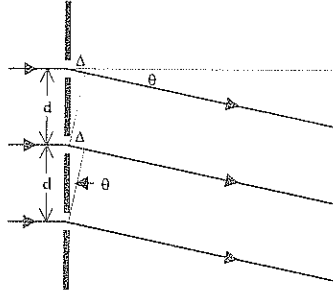
$$y = 30 \text{ tg } 25.15^\circ \text{ cm}$$

$$y = 14.08 \text{ cm}$$

Entonces el ancho de la franja central será  $2y$ :

$$2y = 28.16 \text{ cm}$$

Si el análisis continúa, ahora para una rejilla de difracción cuyas ranuras están separadas una distancia  $d$ :



De manera similar que para una ranura, interfieren constructivamente los rayos que viajan perpendicularmente a la pantalla y los que se desvían un ángulo  $\theta$  tal que  $\Delta L = m\lambda$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

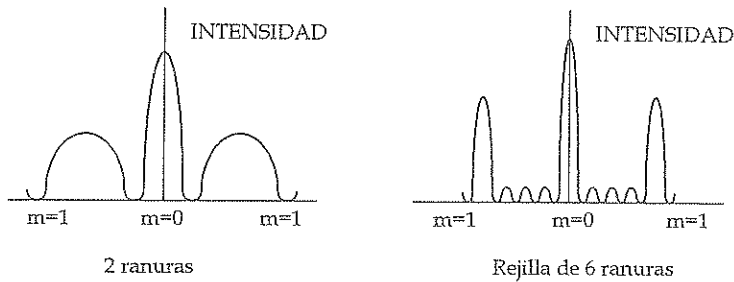
En este caso:

$$\Delta L = d \sin \theta \quad (3.6.4)$$

Entonces:

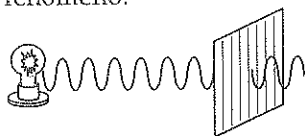
$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (3.6.5)$$

Existe una diferencia entre el patrón de interferencia producido por dos ranuras y el producido por la rejilla de difracción: los máximos brillantes son mucho más agudos y estrechos para la rejilla como se esquematiza en las figuras siguientes:

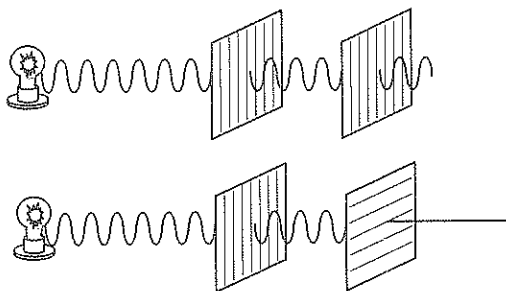


## 3.7 POLARIZACION DE LA LUZ.-

Las fuentes de luz comunes producen un conjunto de vibraciones en todos los planos posibles, ya que los electrones vibran en direcciones distintas. Si la luz se hace pasar a través de un filtro polarizante (rejilla de difracción) los planos posibles de vibración se reducen a uno y entonces se dice que la luz está polarizada. La figura siguiente aclara este fenómeno:



Si a continuación se coloca un segundo filtro polarizante, la luz pasa si los ejes de los dos filtros están alineados, y si no lo están la luz puede atravesar como se ve en la figura:

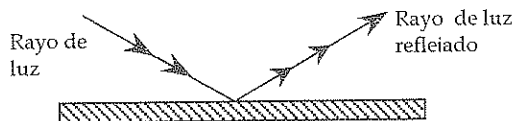


Este fenómeno confirma que la luz es una onda transversal.

## 3.8 REFLEXION.-

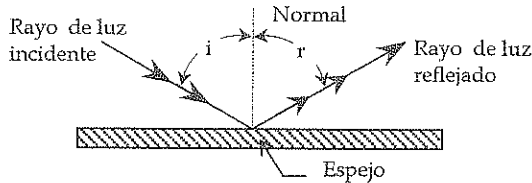
El fenómeno de la reflexión puede ser mejor estudiado considerando el carácter ondulatorio de la luz, para esto conviene definir el rayo de luz que corresponde a una línea imaginaria dibujada en la dirección de propagación de la onda y perpendicular al frente de onda.

La figura muestra la reflexión de un rayo de luz en una superficie plana:

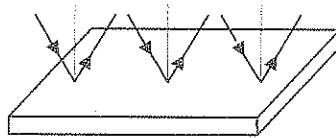


Cuando un rayo de luz incide sobre una superficie, parte de la luz es reflejada por la superficie, este fenómeno se conoce como **reflexión de la luz**.

Se define el **ángulo de incidencia (i)** como el ángulo entre el rayo incidente y la normal a la superficie y como **ángulo de reflexión (r)** al ángulo formado entre el rayo reflejado y la normal a la superficie.



Cuando rayos de luz paralelos inciden sobre una superficie muy pulida cambian de dirección pero siguen siendo paralelos entre sí (**reflexión especular**) como lo ilustra la figura siguiente:



Si la superficie sobre la que inciden rayos de luz paralelos no es pulida estos se reflejan en un número mayor de rayos de diferentes direcciones. Este fenómeno se conoce como **reflexión difusa** y se produce más comúnmente cuando las dimensiones de las irregularidades son mayores que la longitud de onda de la luz que incide:



### 3.8.1 LEYES DE LA REFLEXION.-

El fenómeno de la reflexión especular está regido por las siguientes leyes:

- ♦ El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado forman un solo plano.
- ♦ El ángulo de incidencia (i) es igual al ángulo de reflexión(r):

$$i = r$$

(3.8.1)

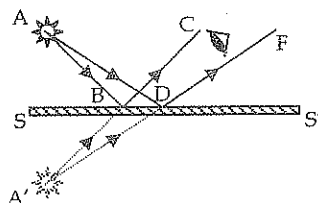
## 3.8.2 ESPEJOS.-

Se denominan espejos a las superficies bien pulimentadas que reflejan casi totalmente en una dirección determinada la luz que incide sobre ellas.

Se clasifican en: planos y curvos (los curvos pueden ser cóncavos o convexos).

La imagen de un punto en un espejo plano es otro punto simétrico al primero respecto al espejo.

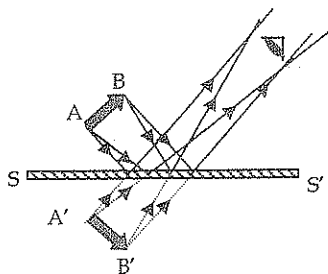
Sea  $S S'$  un espejo plano y  $A$  un punto luminoso situado frente a él, los rayos incidentes  $AB$  y  $AD$  se reflejan como  $BC$  y  $DF$  respectivamente pero, un observador percibe la imagen como si estuviera dentro del espejo y los rayos  $BC$  y  $DF$  parecen surgir de un punto simétrico a  $A$  detrás del espejo.



La imagen formada por todos los puntos  $A'$  se denomina **virtual**. Se define a la magnificación lateral ( $M$ ) como la relación entre el tamaño de la imagen ( $h_i$ ) y el tamaño del objeto ( $h_o$ ):

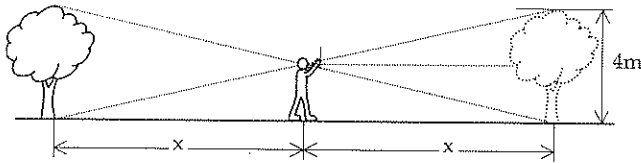
$$M = \frac{\text{altura de la imagen}}{\text{altura del objeto}} = \frac{h_i}{h_o} \quad (3.8.2)$$

El valor de  $M$  es igual a 1 para los espejos planos. Cabe resaltar que las imágenes formadas en los espejos parecen estar invertidas en el sentido izquierda - derecha, por ejemplo si una persona levanta su brazo derecho, su imagen reflejada en un espejo parece levantar su brazo izquierdo; este hecho se ilustra mejor en la siguiente figura:



Ejemplo:

1. Un árbol de 4 m se refleja justamente cubriendo la longitud de un espejo plano de 10 cm cuando una persona lo sostiene a 25 cm de sus ojos. ¿A qué distancia de la persona se encuentra el árbol?



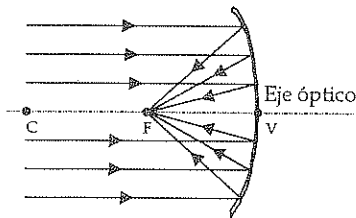
$$\operatorname{tg} \hat{1} = \frac{(10,2) \text{ cm}}{25 \text{ cm}}$$

$$\hat{m} \hat{1} = 11,3^\circ$$

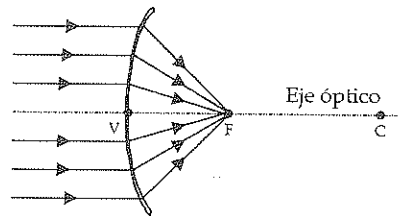
$$\operatorname{tg} \hat{1} = \frac{(4,2) \text{ m}}{x}; \quad \operatorname{tg} 11,3^\circ = \frac{2 \text{ m}}{x}$$

$$x = 10 \text{ m}$$

Se llama **espejo esférico** (curvo) a un pequeño casquete de superficie esférica reflectora, si la superficie reflectora es la parte interna del casquete, el casquete se denomina **cóncavo** y **convexo** cuando la superficie reflectora es la parte externa del casquete:



ESPEJO CONCAVO

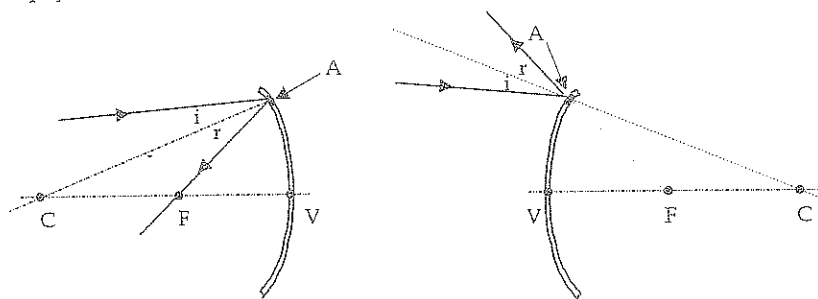


ESPEJO CONVEXO

El **centro de curvatura** (c) es el centro de la esfera al que pertenece el casquete, el **vértice** (v) es el punto más prominente del casquete, el **eje óptico** o **eje principal** es la recta que une el centro de curvatura con el vértice. El **foco** (F) es el punto donde se concentran los rayos reflejados o sus prolongaciones que inciden

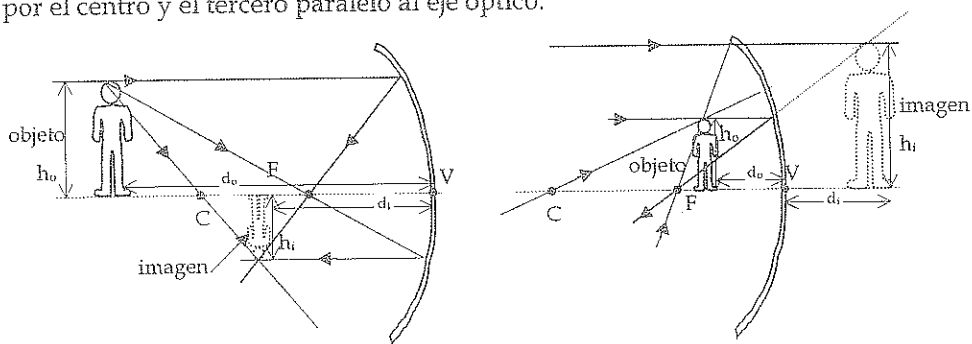
sobre el espejo paralelos al eje principal. El radio de curvatura ( $R$ ) es la distancia entre  $C$  y cualquier punto del espejo por ejemplo  $v$  y la distancia focal ( $f$ ) es la distancia entre el foco ( $F$ ) y el vértice ( $v$ ) del espejo.

Si un rayo incidente sobre un espejo esférico pasa por el centro de curvatura, se refleja en esa misma dirección, sin desviarse, pero en sentido contrario, un rayo que incide paralelo al eje óptico se refleja con una dirección tal que este o su prolongación pasa por el foco, un rayo incidente o su prolongación que pasa por el foco se refleja paralelo al eje óptico y un rayo cualquiera que incide sobre el espejo curvo se refleja de manera que se cumplen las leyes de la reflexión:



El área  $A$  del espejo curvo, por ser tan pequeña, puede considerarse como un espejo plano.

Para la *determinación del tamaño de la imagen en un espejo cóncavo* se trazan 3 rayos desde cada extremo del objeto: uno que pasa por el foco, otro que pasa por el centro y el tercero paralelo al eje óptico.

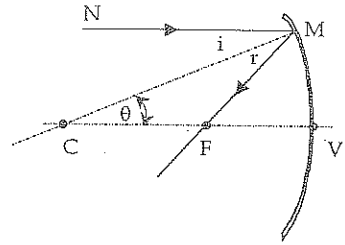
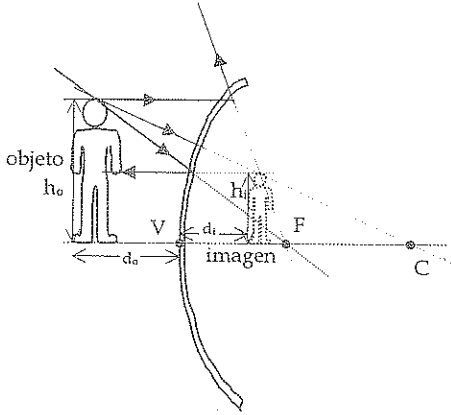


Los reflejos de estos 3 rayos coinciden en un punto y este es el extremo de la imagen. Como se ve en la figura, si el objeto se encuentra ubicado a una distancia del espejo mayor que la distancia focal, la imagen se forma entre el



objeto y el espejo, aparece invertida, de menor tamaño y puede proyectarse en una pantalla por lo cual recibe el nombre de imagen real. Si el objeto se coloca a una distancia del espejo menor que la focal, la imagen se forma detrás del espejo (como en un espejo plano), sin invertirse el sentido pero de mayor tamaño, en este caso la imagen se denomina imagen virtual.

En un espejo convexo la imagen formada es siempre virtual, en el mismo sentido y de menor tamaño sin importar la distancia entre el objeto y el espejo.



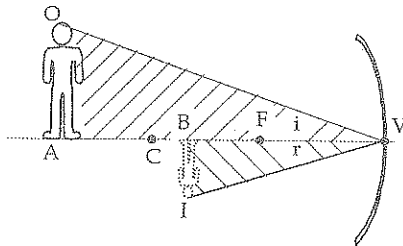
Como CV es paralela a MN, el ángulo  $i$  es igual al ángulo  $\theta$  entonces el triángulo CMF es isósceles y sus lados CF y MF son iguales y si el ángulo  $i$  es muy pequeño, MF es casi igual a FV, entonces:

$$CF = FV$$

Es decir el foco estará siempre ubicado en la mitad del radio de curvatura (R):

$$f = \frac{R}{2} \quad (3.8.3)$$

Para los espejos cóncavos el valor de la magnificación lateral (M) se obtiene aplicando semejanza de triángulos:



$$AV = d_o$$

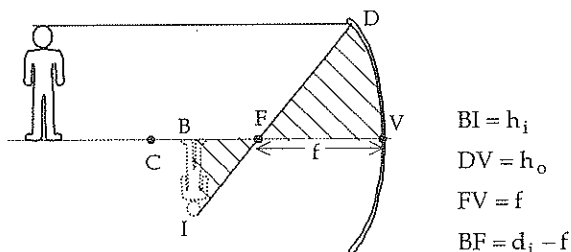
$$BV = d_i$$

$$OA = h_o$$

$$BI = h_i$$

El triángulo AOV es semejante al triángulo BVI, por tanto:

$$M = \frac{d_i}{d_o} = \frac{h_i}{h_o} \quad (3.8.4)$$



El triángulo FCV es semejante al triángulo BFI, entonces:

$$\frac{f}{d_i - f} = \frac{h_o}{h_i} \quad (3.8.5)$$

Combinando las ecuaciones 3.8.4 y 3.8.5, se tiene que:

$$\frac{f}{d_i - f} = \frac{d_o}{d_i} \quad (3.8.6)$$

$$f d_i = d_o d_i - d_o f \quad (3.8.7)$$

Dividiendo para  $f d_i d_o$ :

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} \quad (3.8.8)$$

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} \quad (3.8.9)$$

La ecuación 3.8.9 se conoce como la ecuación de los espejos cóncavos.

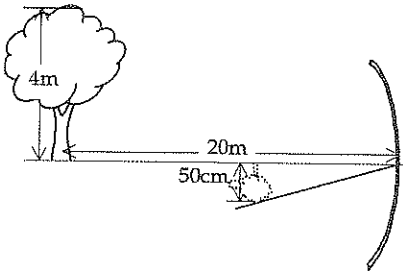
Realizando un análisis similar para los espejos convexos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{h_i}{h_o} \quad (3.8.10)$$

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{f} \quad (3.8.11)$$

Ejemplo:

1. Un árbol de 4 m de altura se refleja en un espejo cóncavo situado a 20 m y se obtiene una imagen de 50 cm. ¿Cuál es el radio de curvatura del espejo?



$$\frac{d_i}{20 \text{ m}} = \frac{0.5 \text{ m}}{4 \text{ m}}$$

$$d_i = 2.5 \text{ m}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2.5 \text{ m}} + \frac{1}{20 \text{ m}}$$

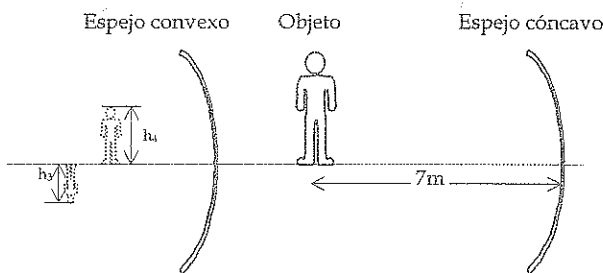
$$f = 2.22 \text{ m}$$

$$R = 2f = 4.44 \text{ m}$$

### Ejercicios

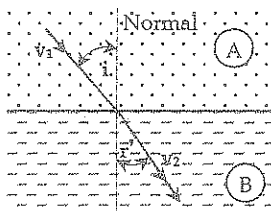
- 3.8.1 Una persona sostiene un espejo a 40 cm de sus ojos y puede ver un monumento completo situado a 30 m de ella. Si el espejo plano tiene una longitud de 30 cm. ¿Qué altura tiene el monumento?
- 3.8.2 El radio de curvatura de un espejo cóncavo es de 1 m, si la magnificación es de 2. ¿Cuál es la distancia del objeto al espejo y de la imagen al espejo?

- 3.8.3 Una persona desea ver su imagen derecha y del doble de tamaño en un espejo cóncavo de distancia focal 0.7 m. ¿A qué distancia del espejo debe colocarse?
- 3.8.4 Si un objeto se coloca a 50 cm de un espejo convexo y la imagen tiene la mitad del tamaño del objeto. ¿Cuál es la distancia focal del espejo?
- 3.8.5 En la figura los dos espejos tienen el mismo radio de curvatura (6 m) y el espejo convexo está colocado a una distancia igual a 3 veces la distancia focal ( $f$ ) del cóncavo. Si el hombre mide 1.70 m de altura, ¿cuál es la relación de alturas  $h_3/h_4$  entre las imágenes obtenidas en el espejo convexo?



### 3.9 REFRACCION DE LA LUZ.-

Si los rayos de luz que viajan en línea recta en un medio A a una velocidad constante  $v_A$ , ingresan a otro medio B, desvían su dirección y viajan en una nueva línea recta con una velocidad de propagación  $v_B$ , también constante.



Se define el ángulo de incidencia ( $i$ ) como el ángulo entre el rayo incidente y la normal a la frontera entre los medios y al ángulo de refracción ( $r$ ) está definido como el ángulo entre el rayo refractado y esa misma normal.

El ángulo  $i$  es diferente del ángulo  $r$ , esta diferencia depende de las densidades de los dos medios. El ángulo  $r$  será mayor que  $i$  si el haz luminoso pasa de un medio más denso a otro menos denso y  $r$  será menor que  $i$  cuando el haz luminoso pase a un medio de mayor densidad.

El índice de refracción ( $n$ ) de un material está dado por la relación entre la velocidad de la luz en el vacío ( $c$ ) y la velocidad ( $v$ ) de la luz en un medio en particular, por tanto su valor es una constante:

$$n = \frac{c}{v} \quad (3.9.1)$$

### 3.9.1 LEY DE SNELL.-

El fenómeno de la refracción está regido por la ley de Snell que establece que la relación entre los senos de los ángulos de incidencia y de refracción es igual a la relación entre las velocidades en los medios respectivos o la relación entre los índices de refracción de los medios A y B, así:

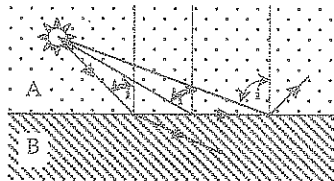
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{n_B}{n_A} \quad (3.9.2)$$

### 3.9.2 REFLEXION TOTAL.-

Cuando un haz luminoso incide sobre una frontera entre dos medios de diferente densidad ocurren dos fenómenos conjuntos: reflexión y refracción del haz.

Los rayos que no pasan al otro medio sufren la llamada **reflexión total**.

Se conoce como **ángulo límite de la sustancia ( $i_1$ )** al ángulo de incidencia para el cual todos los rayos se reflejan, es decir cuando  $r$  es  $90^\circ$ . El valor del ángulo límite entre una sustancia y el aire (vacío) es constante.



En este caso la ecuación 3.9.2 se reduce a:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_B}{n_A} \quad (3.9.3)$$

$$\text{sen } i_1 = \frac{n_B}{n_A} \quad (3.9.4)$$

Y si el medio B corresponde a aire o vacío ( $n_B = 1$ ), entonces:

$$\text{sen } i_l = \frac{1}{n_A} \quad (3.9.5)$$

A continuación se tabulan valores de  $n$  y de  $i_l$  para diferentes materiales:

Sustancia	Índice de refracción $n$	Ángulo límite $i_l$
Vacío	1.00	$90^\circ$
Aire	1.00	$90^\circ$
Agua	1.33	$48^\circ$
Cuarzo	1.54	$40.5^\circ$
Diamante	2.42	$24.4^\circ$
Hielo	1.31	$49.7^\circ$
Vidrio	1.50	$41.8^\circ$

Ejemplo:

1. ¿Cuál es índice de refracción de una sustancia cuyo ángulo límite cuando está rodeada por aire es  $35^\circ$ ?

$$\text{sen } 35^\circ = \frac{1}{n_A}$$

$$n_A = 1.74$$

### 3.9.3 LENTES.-

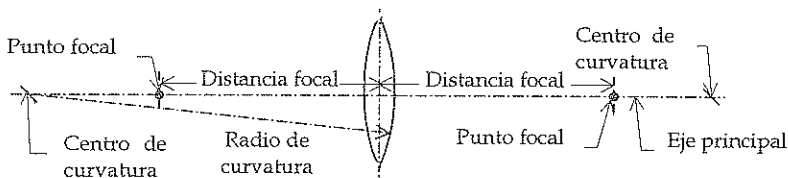
Se da el nombre de lente a todo objeto diáfano (transparente) limitado por dos superficies, capaz de desviar los rayos de luz que llegan a él. De las dos superficies que limitan al lente al menos una debe ser curva para que los rayos se desvíen.

Existen dos tipos de lentes: cilíndricos<sup>6</sup> y esféricos. Los lentes esféricos a su vez se clasifican en: convergentes y divergentes.

<sup>6</sup> Ver astigmatismo (pág. 109)

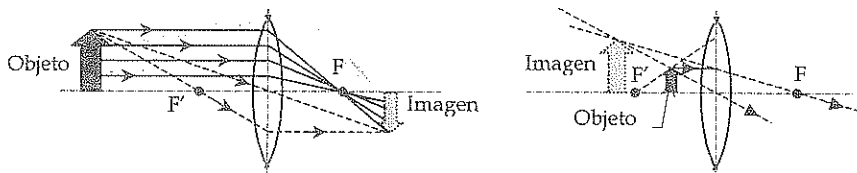
**Convergentes**, son aquellos que concentran en un punto llamado foco (F) los rayos de luz paralelos que llegan a ellos. Estos lentes son más gruesos en el centro que en los extremos.

Como los rayos luminosos pueden incidir en cualquiera de sus dos superficies curvas, existirán dos focos. El eje de la lente es aquella línea que une los dos focos y el centro de la lente (C) es el punto medio entre los dos focos  $F$  y  $F'$ . La distancia focal ( $f$ ) corresponde a la distancia entre un foco y el centro de la lente y depende del radio de cada una de las caras y del índice de refracción del material que forma la lente.



Si un rayo incidente sobre una lente convergente pasa por el centro de la lente no se desvía, pero si el rayo pasa por el foco, al llegar al lente se desvía y continúa su viaje paralelamente al eje de la lente.

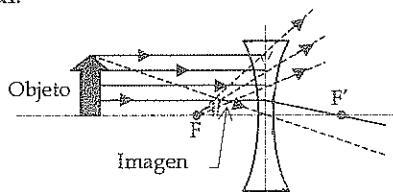
Para determinar el tamaño de la imagen en un lente convergente se trazan tres rayos desde cada extremo del objeto: uno que pase por el foco, otro que viaje por el centro del lente y el tercero que sea paralelo al eje de la lente.



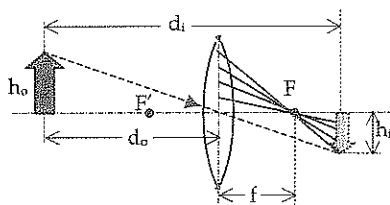
Estos tres rayos al atravesar la lente convergen en un punto que corresponde al extremo de la imagen.

Como se puede observar en la figura anterior, si el objeto se encuentra ubicado a una distancia del lente mayor que la focal, la imagen se forma invertida, de menor tamaño, posterior a la lente y puede proyectarse en una pantalla es decir la imagen es real. Si el objeto se coloca a una distancia de la lente menor que la focal, la imagen se forma derecha (sin invertirse), de mayor tamaño, detrás del objeto y recibe el nombre de imagen virtual.

**Divergentes,** son lentes cuyas dos caras son curvas y que separan los rayos de luz paralelos que llegan a ellos pareciendo venir todos de un mismo punto (foco (F)). Estos lentes son más gruesos en sus extremos que en el medio. En una lente divergente la imagen formada es siempre virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, sin importar que la distancia objeto - lente sea mayor o menor que la focal.

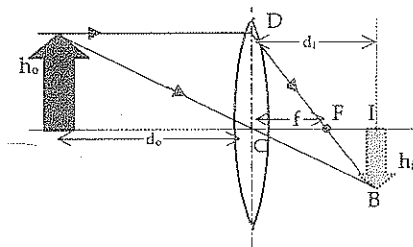


Para las lentes convergentes el valor del aumento (magnificación lateral (M)) se obtiene aplicando conceptos geométricos básicos:



El triángulo OAC es semejante al triángulo CIB, por tanto:

$$M = \frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o} \quad (3.9.6)$$



El triángulo CDF es semejante al triángulo FIB entonces:

$$\frac{f}{d_i - f} = \frac{h_o}{h_i} \quad (3.9.7)$$



Combinando las ecuaciones 3.9.6 y 3.9.7:

$$\frac{f}{d_i - f} = \frac{d_o}{d_i} \quad (3.9.8)$$

$$f d_i = d_o d_i - f d_o \quad (3.9.9)$$

Dividiendo para  $f d_i d_o$  se tiene que:

$$\frac{1}{d_o} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d_i} \quad (3.9.10)$$

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f} \quad (3.9.11)$$

La ecuación 3.9.11 se conoce como ecuación de las lentes convergentes.

Realizando un análisis similar, esta vez para lentes divergentes se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d_i}{d_o} = \frac{h_i}{h_o} \quad (3.9.12)$$

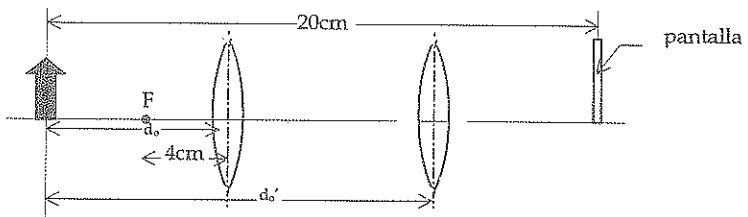
$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = -\frac{1}{f} \quad (3.9.13)$$

El cociente  $\frac{1}{f}$  se conoce como potencia de una lente, se utiliza en oftalmología para medir el grado de corrección de las lentes y se mide en una unidad llamada dioptría (D) cuya equivalencia es:

$$1(D) = 1 \text{ m}^{-1}$$

Ejemplo:

1. Si se coloca un objeto a 20 cm de una pantalla, ¿a qué distancias del objeto se puede colocar una lente convergente de 4 cm de distancia focal para ver la imagen en la pantalla?



$$d_i + d_o = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} = \frac{1}{4 \text{ cm}}$$

$$\frac{1}{20 - d_o} + \frac{1}{d_o} = \frac{1}{4}$$

$$d_o^2 - 20d_o + 80 = 0$$

$$d_o = 5.5 \text{ cm}$$

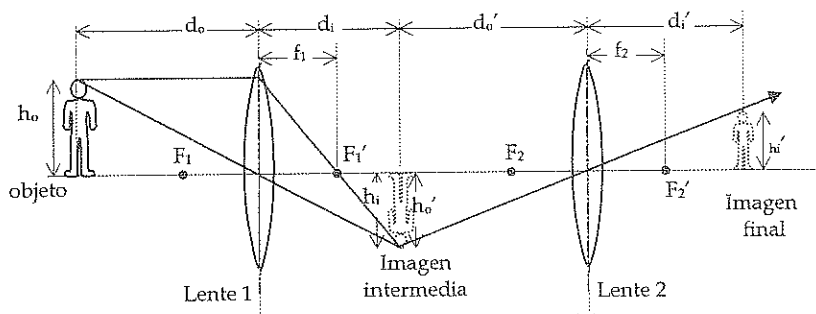
$$d_o' = 14.5 \text{ cm}$$

### 3.9.3.1 COMBINACION DE LENTES.-

Cuando se coloca dos o más lentes consecutivamente, su efecto combinado puede analizarse considerando la imagen formada por la primera lente como el objeto de la segunda y así sucesivamente.

El tamaño y la posición de la imagen final puede determinarse aplicando la ecuación de cada lente en forma sucesiva, de tal manera que la magnificación total del sistema es el producto de las magnificaciones producidas por cada lente.

Por ejemplo en el sistema de la figura se aplica este principio de la siguiente manera:



$$M_1 = \frac{h_i}{h_o}$$

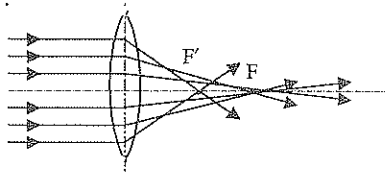
$$M_2 = \frac{h_i'}{h_o'} = \frac{h_i'}{h_i}$$

$$M = M_1 \cdot M_2 = \frac{h_i'}{h_o} \quad (3.9.14)$$

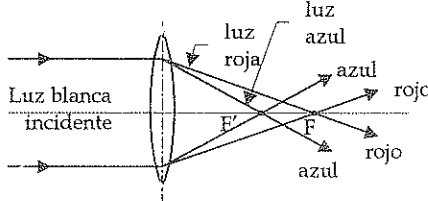
## 3.9.3.2 ABERRACIONES DE LAS LENTES.-

Las lentes esféricas tienen dos defectos comunes debido a su fabricación: aberración esférica y aberración cromática.

La **aberración esférica** se produce porque los rayos extremos convergen en un punto  $F'$  antes del foco  $F$ .



La **aberración cromática** se produce porque los rayos de distintos colores convergen en diferentes puntos. Así por ejemplo si luz blanca atraviesa una lente<sup>7</sup>, la fracción roja converge en un punto  $F$  y la fracción azul en  $F'$ .



## Ejercicios

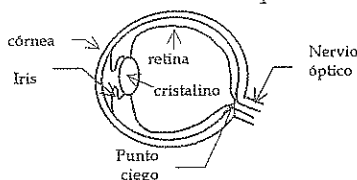
- 3.9.1 Calcular la distancia focal de una lente que colocada a 20 cm de un objeto de 10 cm de altura forma una imagen invertida de 4 cm de altura.
- 3.9.2 La imagen formada por una lente divergente tiene la mitad del tamaño del objeto, si la imagen se encuentra a 40 cm de la lente. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
- 3.9.3 Una lente convergente produce una imagen derecha del doble del tamaño del objeto, si la distancia focal de la lente es de 30 cm. ¿Cuál es la distancia del objeto a la lente?
- 3.9.4 Un objeto de 4 cm de altura se coloca frente a una lente convergente cuya distancia focal es 20 cm, si la distancia del objeto a la lente es 35 cm. ¿Dónde se forma la imagen? ¿Es derecha o invertida? ¿Es real o virtual? y ¿Cuál es su altura?
- 3.9.5 Dos lentes convergentes de distancia focal 20 cm están colocados a 80 cm. ¿A qué distancia debe colocarse un objeto de 5 cm de altura para que la imagen final sea del doble del tamaño del objeto?

<sup>7</sup> Ver Dispersión (pág. 111)

## 3.10 INSTRUMENTOS OPTICOS.-

## 3.10.1 EL OJO HUMANO.-

Antes de estudiar los instrumentos ópticos, conviene estudiar la anatomía del ojo humano.

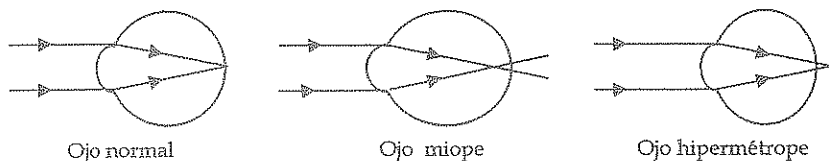


El ojo es una esfera de 2.5 cm de diámetro aproximadamente cubierto casi totalmente por una membrana llamada conjuntiva excepto en la parte frontal donde lo recubre una membrana llamada córnea, la región posterior a la córnea contiene un líquido llamado humor acuoso. El cristalino es una cápsula que contiene una gelatina fibrosa más blanda hacia los extremos y se mantiene en su lugar por ligamentos que lo unen al músculo ciliar, detrás del cristalino, el ojo está lleno de una gelatina ligera que contiene gran cantidad de agua llamada humor vítreo. La mayor parte de la refracción de la luz que llega al ojo se produce en el interfase aire - córnea, la luz atraviesa el humor acuoso y el humor vítreo y los rayos convergen en un punto (fóvea) de la retina, la misma que envía la información al cerebro a través del nervio óptico.

El iris es la parte coloreada del ojo cuyo orificio central se conoce como pupila la misma que tiene como función regular la cantidad de luz que entra al ojo aumentando su tamaño cuando el entorno está oscuro y contrayéndose cuando está brillante.

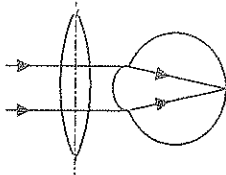
Gracias a la acción conjunta del cristalino y músculo ciliar es posible enfocar objetos a diferentes distancias, un ojo normal puede ver en un rango desde el infinito (punto remoto) hasta unos 25 cm delante del ojo (punto próximo). Con la edad el punto próximo se aleja debido a la pérdida en la flexibilidad del músculo ciliar y este defecto recibe el nombre de presbicia.

Los defectos más comunes de la visión se deben a una relación incorrecta entre la curvatura de la córnea y el diámetro del globo ocular, las más frecuentes son miopía e hipermetropía.

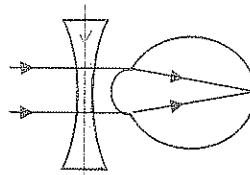


En el ojo normal la imagen se forma justamente en la retina, en el ojo miope la imagen se forma antes de la retina y en el ojo hipermetrope se forma después.

Para corregir estos defectos se utilizan lentes según la necesidad:

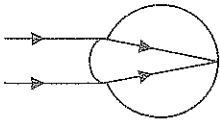


Hipermetropía

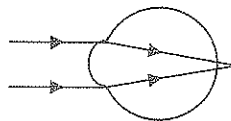


Miopia

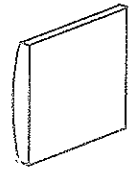
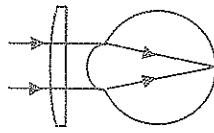
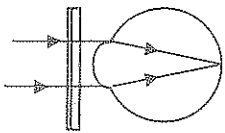
El astigmatismo se produce cuando la superficie de la córnea no es esférica sino que presenta una curvatura mayor en un plano que en otro y se corrige utilizando una lente cilíndrica:



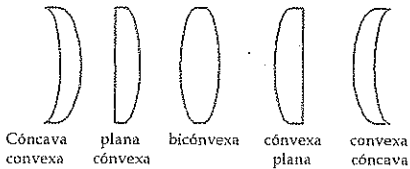
Vista superior



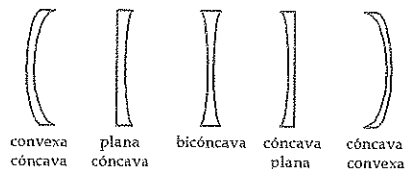
Vista lateral



Para las distintas necesidades existen una gran variedad de lentes:



Lentes convergentes

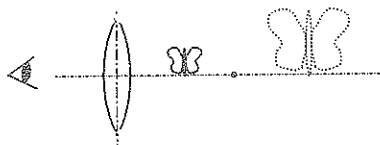


Lentes divergentes

### 3.10.2 MICROSCOPIO SIMPLE O LUPA.-

Una lupa es el instrumento óptico más simple y consta de una lente convergente, que forma una imagen virtual de mayor tamaño que el objeto. Para

obtener una imagen nítida con una lupa el objeto debe colocarse a una distancia menor que la focal, como se ilustra en la figura:

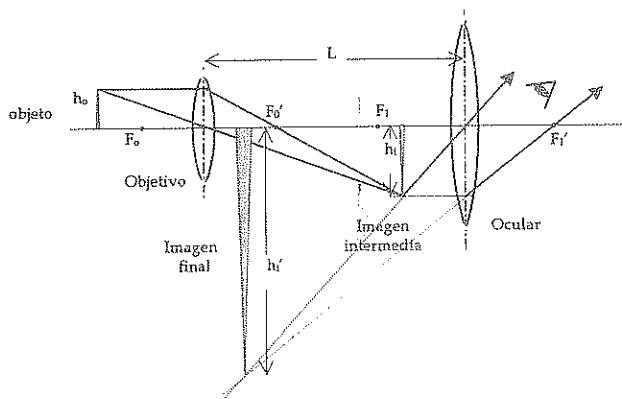


Como el punto próximo está ubicado a 25 cm del ojo aproximadamente, el valor del aumento ( $N$ ) (que relaciona el tamaño de la imagen con el lente y de la imagen sin el lente), está dado por:

$$N = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (3.10.1)$$

### 3.10.3 MICROSCOPIO COMPUESTO.-

Consta de dos lentes convergentes: el lente 1 llamado también objetivo, tiene una longitud focal pequeña, produce una imagen real e invertida (imagen intermedia) del objeto en estudio; el lente 2 llamado también ocular amplía la imagen intermedia y forma una imagen final virtual, como se esquematiza en la figura:

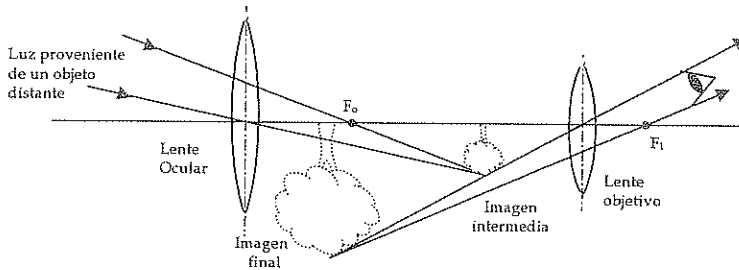


La magnificación puede calcularse como una combinación de lentes:

$$M = \frac{25 \text{ cm} \cdot L}{f_o \cdot f_e} \quad (3.10.2)$$

## 3.10.4 TELESCOPIO.-

Un telescopio consta de una combinación de dos lentes convergentes similar a la del microscopio con la diferencia de que en el telescopio se invierte el orden de las lentes. Así:

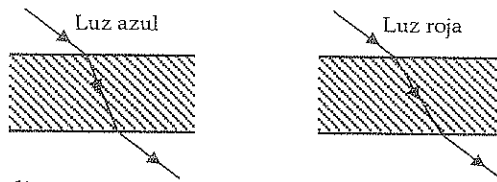


La magnificación lateral viene dada por la ecuación:

$$M = \frac{f_o}{f_e} \quad (3.10.3)$$

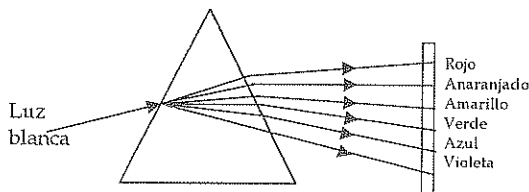
## 3.11 DISPERSION DE LA LUZ.-

La velocidad de la luz varía ligeramente con el medio y según la longitud de onda, así el índice de refracción de una sustancia depende de la longitud de onda de la luz incidente.

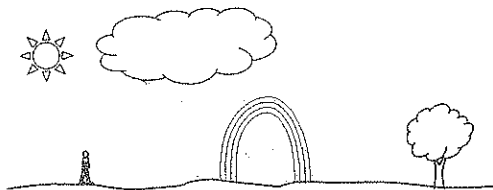


En el mismo medio, se propaga más rápidamente la luz de mayor longitud de onda.

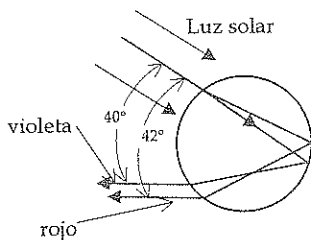
En un prisma la luz se desvía dos veces en fronteras no paralelas y así se puede apreciar claramente la separación de colores que componen la luz incidente, esta separación ordenada según la longitud de onda, se denomina **dispersión**.



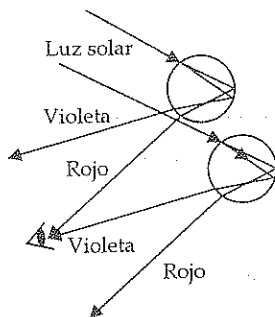
El ejemplo más interesante de este fenómeno lo constituye la formación del arco iris, para lo cual es necesario que en una parte del cielo brille el sol y que en la parte opuesta esté lloviendo, como se ilustra en la figura:



Para entender este fenómeno natural se analiza una sola gota de agua de lluvia y se la considera esférica. Como se esquematiza en la figura siguiente, parte de la luz que incide en la superficie de la gota se refleja y otra parte se refracta, en esta refracción la luz se dispersa y cada color choca contra la superficie interna opuesta de la gota donde nuevamente una parte se refracta y otra se refleja e incide sobre la superficie de la gota y la fracción de luz que aquí se refracta nuevamente forma un espectro de colores. (Los efectos que no contribuyen a la formación del arco iris no se ilustran en la figura).



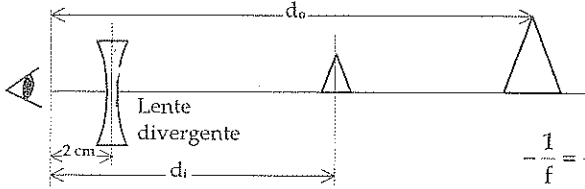
El observador solamente puede ver un color de cada gota, según el ángulo que forma el rayo de luz solar con la luz dispersada:





Ejemplo:

1. ¿Qué tipo de lente debe usar una persona miope cuyo punto más lejano es de 200 cm para corregir su visión? ¿Qué distancia focal debe tener la lente?



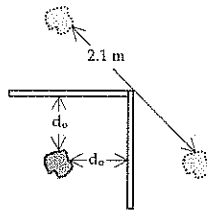
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

$$d_o = \infty \Rightarrow \frac{1}{d_o} = 0$$

$$-f = d_i = (200 - 2) \text{ cm} = 198 \text{ cm}$$

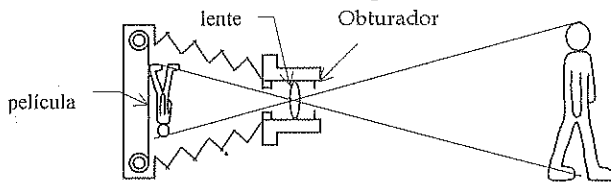
### EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1.- Luz monocromática pasa por una ranura de 700 nm y se proyecta en una pantalla ubicada a 25 cm. Si la franja central es de 32 cm, ¿qué longitud de onda tiene la luz incidente?
- 2.- Para que una persona de altura  $h$  se mire completa en un espejo plano, ¿qué longitud mínima debe tener el espejo?
- 3.- Un auto verde viaja a 20 Km/h y en su retrovisor se refleja un auto rojo estacionado. Para el conductor del carro rojo, ¿con qué velocidad parece moverse la imagen de su carro si él observa el retrovisor del carro verde?
- 4.- La distancia entre las dos imágenes formadas en los espejos planos de la figura es de 2.1 m.. Determinar la distancia  $d_o$  del objeto a cada espejo.



- 5.- Un objeto se coloca a 50 m de un espejo cóncavo cuyo radio de curvatura es de 80 m. Si la altura de un objeto es de 3 m, ¿de qué tamaño y en qué ubicación está su imagen formada en este espejo?

- 6.- Dos gemelos idénticos separados 16 m colocan entre ellos en la mitad de la distancia, un espejo esférico que refleja por los dos lados. Si el radio de curvatura del espejo es 6 m, determinar la relación de alturas de las imágenes formadas.
- 7.- ¿Cuál es la magnificación de un espejo cóncavo de 60 cm de radio de curvatura, si se coloca a 20 cm de distancia de un objeto?
- 8.- Un espejo convexo de 80 cm de distancia focal produce una imagen situada a 30 cm detrás de él, ¿cuál es su magnificación?
- 9.- ¿Cuál es el radio de curvatura de un espejo esférico que forma una imagen real a 30 cm de un objeto colocado a 50 cm del espejo?
- 10.- Una lente forma una imagen derecha a 50 cm de sí con un tamaño igual al doble del objeto. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?
- 11.- Una lente forma una imagen invertida y de la mitad del tamaño del objeto, la distancia imagen - lente es de 10 cm. Calcular la distancia focal de la lente.
- 12.- Una lente biconvexa tiene una distancia focal de 30 cm. Se coloca un objeto de 3 cm de altura a una distancia de 50 cm de la lente, ¿cuál es la altura de la imagen formada y es real ó virtual?
- 13.- Dos lentes de distancia focal 15 cm, el uno convergente y el otro divergente están colocados a 50 cm, si se coloca un objeto a 20 cm de la lente convergente, ¿cuál es la magnificación total?
- 14.- Una lente convergente de 0.2 m de distancia focal y un espejo cóncavo de 0.3 m de radio de curvatura se encuentran separados 60 cm, ¿a qué distancia de la lente se debe colocar un objeto para que la magnificación del conjunto sea 1?
- 15.- ¿A qué distancia máxima puede ver claramente una persona miope sin lentes, si usa lentes de  $-4\text{ D}$ ?
- 16.- Una persona hipermetrope usa lentes de  $2\text{ D}$ . ¿Hasta qué mínima distancia puede ver claramente los objetos sin anteojos?
- 17.- Una lupa da un aumento de 5, ¿cuál es su distancia focal?
- 18.- Una cámara fotográfica consta de una lente montada frente a una película sensible a la luz, cuando se abre el obturador la luz ingresa de tal manera que fija la imagen en la película como se esquematiza en la figura anterior. ¿A qué distancia de la película debe estar la lente para fotografiar una persona que se encuentra a 3 m de la lente, sabiendo que la distancia focal de la lente es 3 cm?



- 19.- ¿A qué distancia se deben colocar los dos lentes de un microscopio para aumentar el tamaño del objeto estudiado 5 veces, si el ocular tiene el triple de la distancia focal del objetivo e igual a 24 cm?
- 20.- Se usa un telescopio para examinar un búho de 40 cm de alto a 100 m de distancia, el objetivo tiene una longitud focal de 8 cm y el ocular una longitud focal de 4 cm. Si la imagen final se forma a 20 cm del ocular, ¿cuál es la distancia entre las lentes?

## EVALUACION OBJETIVA

## Completar:

1. La luz es energía que se propaga en forma de .....
2. La velocidad de la luz se considera .....
3. Una rejilla sirve para ..... la luz.
4. Cuando un haz luminoso llega a una frontera parte se ..... y parte se .....
5. En un espejo plano la imagen se ve ..... del espejo.
6. La luz se refleja difusamente cuando incide sobre una superficie .....
7. El índice de refracción depende del ..... y de la .....
8. Toda superficie metálica pulida puede ser un .....
9. Un espejo cóncavo sólo produce imágenes ..... y .....
10. Cuando un objeto está justamente en el centro de curvatura de un espejo cóncavo, la magnificación lateral es .....
11. Si un objeto está a una distancia igual a la focal de un espejo convexo, la magnificación lateral es .....
12. Una lente convergente es más ..... en el centro y una lente divergente es más ..... en los extremos.
13. Una lente convergente forma una imagen virtual y derecha si el objeto está a una distancia ..... que la focal y la magnificación es ..... que 1.
14. Una lente divergente forma siempre una imagen ....., ..... y .....
15. En el ojo humano normal la imagen se forma en la .....
16. El ojo miope es más ..... que un ojo normal y se corrige con una lente .....
17. La lupa es una lente .....
18. Un microscopio se utiliza para "agrandar" objetos que están ..... y un telescopio se utiliza para aquellos que están ..... del observador.
19. La formación del arco iris es un ejemplo del fenómeno de ..... la luz.
20. Una lente cóncava plana es ..... y una convexa plana es.....

Escribir verdadero (V) o falso (F):

1. La luz se origina por la vibración de los electrones en los átomos .....( )
2. La frecuencia de la luz es constante .....( )
3. La luz es una onda longitudinal electromagnética .....( )
4. La luz negra está constituida por luces de todo color .....( )
5. La reflexión especular se da en una superficie rugosa .....( )
6. Una persona de 1.70 m de estatura se mira de cuerpo entero en un espejo plano de 50 cm .....( )
7. Un espejo convexo produce una imagen real y derecha .....( )
8. Un espejo cóncavo puede producir una imagen real e invertida .....( )
9. Un espejo convexo puede producir una imagen virtual e invertida .....( )
10. Si un objeto se coloca en el foco de un espejo cóncavo no se produce imagen( )
11. Si un objeto se mueve hacia el vértice de un espejo convexo forma imágenes cada vez menores .....( )
12. Un espejo convexo puede formar imágenes invertidas .....( )
13. El ángulo límite es aquel para el cual la refracción es total .....( )
14. Si un objeto se coloca justamente en el foco de una lente convergente, no se forma imagen .....( )
15. Si un objeto se coloca justo en el foco de una lente divergente, la magnificación es  $1/2$  .....( )
16. Si se coloca un objeto a dos veces la distancia focal de una lente convergente, la magnificación lateral es 1 .....( )
17. Si la distancia del objeto a una lente convergente es menor que la distancia focal, la magnificación es menor que 1 .....( )
18. Las lentes divergentes siempre forman imágenes reducidas .....( )
19. El astigmatismo se corrige con una lente esférica convergente .....( )
20. Se pueden corregir los defectos de la visión utilizando lentes de material diferente al vidrio .....( )

Subrayar la respuesta correcta:

1. La teoría que explica el comportamiento dual de la luz es:
  - a) La teoría electromagnética.
  - b) La teoría cuántica.
  - c) La mecánica ondulatoria.
  - d) Ninguna.
  
2. La luz tarda 8 minutos en viajar del sol a la tierra, entonces la distancia entre la tierra y el sol es:
  - a)  $1.44 \times 10^{10}$  Km.
  - b)  $1.44 \times 10^8$  Km.
  - c)  $6.94 \times 10^{-9}$  Km.
  - d) Ninguna
  
3. El ojo humano puede percibir la luz entre:
  - a)  $3.9 \times 10^{14}$  y  $7.9 \times 10^{14}$  Hz.
  - b) 7600 y 3800 Hz.
  - c)  $5 \times 10^{12}$  y  $5 \times 10^{16}$  Hz.
  - d) Ninguna.
  
4. Cuando un rayo de luz pasa del aire a una placa de vidrio:
  - a) La velocidad permanece constante.
  - b) La frecuencia permanece constante.
  - c) La longitud de onda permanece constante.
  - d) Ninguna.
  
5. Un espejo plano puede producir imágenes:
  - a) Reales y virtuales.
  - b) Virtuales e invertidas.
  - c) Reales e invertidas.
  - d) Ninguna.
  
6. Un objeto se coloca a 30 cm de un espejo cóncavo cuya distancia focal es 20 cm la imagen será:
  - a) Real, derecha y aumentada.
  - b) Real, invertida y aumentada.
  - c) Real invertida y reducida.
  - d) Ninguna.

7. La imagen producida por un espejo cóncavo es siempre:
  - a) Virtual, reducida y derecha.
  - b) Virtual, reducida e invertida.
  - c) Virtual, aumentada e invertida.
  - d) Ninguna.
8. Si la magnificación lateral es 2, el espejo solamente puede ser:
  - a) Cóncavo.
  - b) Convexo.
  - c) Plano.
  - d) Ninguna.
9. Un rayo que pasa por el foco de un espejo esférico:
  - a) Se refleja paralelo al eje del espejo.
  - b) Pasa sin desviarse.
  - c) Se refleja perpendicular al eje del espejo.
  - d) Ninguna.
10. Si un objeto se coloca en el foco de una lente convergente la imagen:
  - a) Es del mismo tamaño del objeto.
  - b) Es del doble del tamaño que el objeto.
  - c) No se produce.
  - d) Ninguna.
11. Si un objeto se acerca hacia una lente convergente pasando por el foco la imagen:
  - a) Se reduce de tamaño.
  - b) Cambia de virtual a real.
  - c) Cambia de real a virtual.
  - d) Ninguna.
12. Una combinación objeto - lente convergente - lente divergente produce una imagen:
  - a) Invertida, real y de menor tamaño que el objeto.
  - b) Derecha, virtual y de menor tamaño que el objeto.
  - c) Invertida, virtual y de menor tamaño que el objeto.
  - d) Ninguna.

13. Mediante un arreglo objeto - lente convergente - lente convergente, puede producirse una imagen:
- a) Virtual, invertida y de mayor tamaño que el objeto.
  - b) Real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.
  - c) Virtual, derecha y de mayor tamaño.
  - d) Ninguna.
14. La ecuación de las lentes convergentes puede expresarse como:
- a)  $f = \frac{d_i + d_o}{d_i d_o}$ .
  - b)  $f = \frac{d_i^2}{d_i + d_o}$ .
  - c)  $f = \frac{d_i d_o}{d_i + d_o}$ .
  - d) Ninguna.
15. La magnificación lateral para una lente divergente puede expresarse como:
- a)  $M = \frac{f}{f - d_o}$ .
  - b)  $M = \frac{f}{d_o - f}$ .
  - c)  $M = -\frac{f}{f + d_o}$ .
  - d) Ninguna.
16. Para examinar un objeto pequeño a corta distancia, una persona miope debe:
- a) Colocarse los anteojos.
  - b) Quitarse los anteojos.
  - c) Quitarse o colocarse los anteojos indiferentemente.
  - d) Ninguna.
17. Generalmente la persona hipermetrope:
- a) Tiene un globo ocular más corto que el normal.
  - b) Tiene un globo ocular más largo que el normal.
  - c) Forma la imagen frente a la retina.
  - d) Ninguna.



18. Una lente convergente puede ser:
- a) Plano – cóncava.
  - b) Convexa – cóncava.
  - c) Cóncava – convexa.
  - d) Ninguna.
19. Un telescopio está formado por:
- a) Una lente convergente y una divergente.
  - b) Dos lentes convergentes.
  - c) Dos lentes divergentes.
  - d) Ninguna.
20. La separación de la luz en las diferentes longitudes de onda se conoce como:
- a) Reflexión.
  - b) Interferencia.
  - c) Refracción.
  - d) Ninguna.



## CAPITULO 4

# Electricidad

### 4.1 CONCEPTOS GENERALES.-

El origen de nuestros conocimientos en materia de electricidad se remonta a las observaciones de atracción de cuerpos ligeros por el ámbar (electrón en griego).

La electricidad (positiva) originada por el frotamiento entre una barra de vidrio y un paño es diferente a la electricidad (negativa) originada por una barra de resina, esta propiedad que adquieren los cuerpos en las condiciones mencionadas y que se conserva se conoce como **carga eléctrica**.

Las cargas del mismo signo se repelen y las de signo contrario se atraen, generando las fuerzas eléctricas. La ley cuantitativa de las fuerzas eléctricas fue desarrollada por Coulomb y resultó ser de una estructura similar a la ley de gravitación universal.

Una carga eléctrica determina la formación de un campo en el espacio que la rodea y su intensidad puede cuantificarse haciéndola interactuar con otra carga llamada de prueba. Si en un campo eléctrico se encuentra una carga, esta adquiere **energía potencial** que cambia de valor dependiendo de su posición; la variación de energía potencial por unidad de carga se conoce como **diferencia de potencial eléctrico**.

La **corriente eléctrica** es un flujo de carga eléctrica generada a causa de una diferencia de potencial entre dos extremos de un conductor. La **resistencia eléctrica** es la oposición que presenta un cuerpo al paso de la corriente cuya relación matemática con otras variables fue establecida por Ohm.

Un **circuito eléctrico** está compuesto por varios elementos eléctricos, cuyas variables más importantes están relacionadas entre sí mediante las leyes de Kirchoff.

### 4.2 CARGAS ELECTRICAS.-

La propiedad de atraer cuerpos ligeros después del frotamiento es común a todos los cuerpos y se conoce como **electrización**.

Esta circunstancia dio lugar a que se pretendiera explicar los fenómenos eléctricos imaginando que la electricidad era un conjunto de dos fluidos que, al estar superpuestos en un cuerpo determinaban en este el estado neutro pero que por frotamiento se producía un desequilibrio y que el predominio de uno de ellos determinaba la carga eléctrica del cuerpo. Esta hipótesis fue simplificada por Franklin que propuso la teoría de un solo fluido según la cual una cierta cantidad del mismo determinaba el estado neutro pero un defecto o exceso daba lugar a la carga de distinto signo.

No se puede definir con precisión lo que es la carga eléctrica pero se tiene una noción intuitiva debido a los efectos que produce (atracción y repulsión).

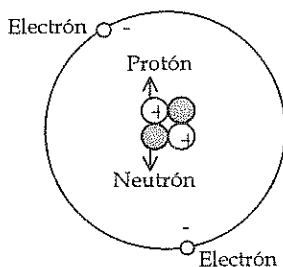
Las cargas reciben el nombre de positivas o negativas según un convenio: Es positiva el tipo de carga que adquiere el vidrio al frotarlo con seda y es negativa el tipo de carga que adquiere el plástico al frotarlo con lana.

De la interacción entre las cargas se concluye que las cargas iguales se repelen y las de signos contrarios se atraen.

#### 4.2.1 ORIGEN DE LAS CARGAS ELECTRICAS.-

La electricidad está íntimamente relacionada con la estructura de la materia.

Todos los cuerpos están formados por partículas elementales llamadas átomos que están constituidas a su vez por protones y neutrones que se encuentran en el núcleo atómico y electrones que giran a su alrededor, como se esquematiza en la figura siguiente:



La carga positiva del núcleo se debe a la presencia de los protones que atraen a los electrones cuya carga es negativa. En vista de que normalmente el número de protones y electrones es el mismo, el átomo es eléctricamente neutro.

Los electrones más cercanos al núcleo están ligados con mayor fuerza, mientras que los que están más alejados interactúan menos con el núcleo y pueden separarse del átomo más fácilmente entonces mediante frotamiento son capaces transferirse a otro material.

Que la carga está cuantizada, se conserva y es invariante, son propiedades concluidas a partir de muchos experimentos.

Se conoce como carga fundamental a la carga ( $e$ ) del electrón debido a que es la menor carga conocida. Por lo tanto una carga ( $Q$ ) cualquiera (positiva o negativa) será siempre un múltiplo entero ( $n$ ) de la carga fundamental.

$$Q = n \cdot e \quad (4.2.1)$$

UNIDADES:

$$Q \text{ [Coulombio]} (C)$$

$$e = -1.6 \times 10^{-19} C$$

#### 4.2.2 TRANSFERENCIA Y CUANTIFICACION DE LA CARGA.-

Los materiales se pueden cargar por diferentes métodos:

Por frotamiento, por contacto y por inducción:

El proceso de carga por frotamiento ocurre debido a la transferencia de electrones al rozar dos materiales eléctricamente neutros.

Los electrones también pueden pasar de un material cargado eléctricamente a otro neutro o viceversa por simple contacto físico, método que se denomina carga por contacto.

La carga por inducción se produce al acercar un material ya cargado a otro neutro, pero sin contacto físico.

La cuantificación del fenómeno de la carga fue realizada por Charles Coulomb quién llegó a las siguientes conclusiones:

La magnitud de la fuerza electrostática ( $F$ ) depende de los valores absolutos de las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  (cuanto mayores sean estos valores mayor será la fuerza con que se atraerán o repelerán los cuerpos cargados).

La fuerza eléctrica ( $F$ ) es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia ( $r^2$ ) que separa las cargas (cuanto mayor sea esta distancia menor será la fuerza).

Así se puede expresar la ley de Coulomb como:

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (4.2.2)$$

donde:  $k$  es la constante electrostática y equivale a  $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

Cabe mencionar que la dirección de la fuerza eléctrica generada entre dos cargas es paralela al vector posición relativa de la una carga en relación a la otra y su sentido depende de los signos de las cargas analizadas; y la fuerza eléctrica ejercida sobre la una carga es de la misma magnitud y dirección pero de sentido opuesto a la fuerza ejercida sobre la otra.

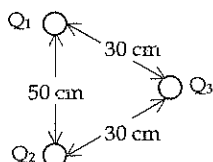
Ejemplos:

1. Calcular la fuerza electrostática entre 2 cargas de  $-2 \mu\text{C}$  y  $0.5 \mu\text{C}$  que están separadas una distancia de  $0.5 \text{ m}$ .

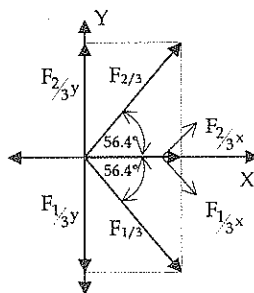
$$F = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(-2 \times 10^{-6})(0.5 \times 10^{-6}) \text{C}^2}{(0.5 \text{m})^2}$$

$$F = 0.036 \text{ N}$$

2. Tres cargas iguales ( $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 3 \mu\text{C}$ ) están distribuidas según la figura, ¿cuál es el vector fuerza electrostática total sobre  $Q_3$ ?



Solución:



$$\vec{F}_{T/Q_3} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_{i/3} = \vec{F}_{1/3} + \vec{F}_{2/3} = F_{1/3x} \vec{i} + F_{2/3x} \vec{i} + F_{1/3y} \vec{j} + F_{2/3y} \vec{j}$$

$$\vec{F}_{T/Q_3} = \left[ \left( F_{1/3} \cos 56.4^\circ \right) + \left( F_{2/3} \cos 56.4^\circ \right) \right] \vec{i}$$

$$F_{1/3} = F_{2/3} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(3 \times 10^{-6})^2}{(0.3 \text{m})^2} = 0.9 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{T/Q_3} = 2(0.9 \cos 56.4^\circ) \vec{i} [\text{N}] = 1 \vec{i} [\text{N}]$$

### 4.3 CAMPO ELECTRICO.-

Campo eléctrico es el espacio que rodea una carga eléctrica en el cual puede interactuar con cualquier otra carga. La intensidad ( $\vec{E}$ ) de un campo eléctrico en un punto está dado por la fuerza ( $\vec{F}$ ) que ejerce el campo eléctrico sobre una carga unitaria ( $q_{(+)}$ ) de prueba situada en dicho punto.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (4.3.1)$$

UNIDADES:

$$\frac{[F]}{[q]} = [E]$$

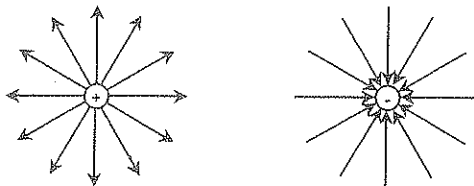
En el Sistema Internacional 
$$\frac{[N]}{[C]} = [E]$$

La intensidad del campo eléctrico resultante ( $\vec{E}_T$ ) de varias cargas ( $n$ ), puede hallarse sumando vectorialmente las fuerzas que cada carga ejerce sobre la carga unitaria ( $q$ ). Así:

$$\vec{E}_T = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i / q}{q} \quad (4.3.2)$$

#### 4.3.1 LINEAS DEL CAMPO ELECTRICO.-

Son líneas imaginarias creadas para indicar la dirección en que experimenta fuerza la carga de prueba ( $q$ ) en una región cualquiera del campo eléctrico y que se representan sobre la carga ( $Q$ ) que genera dicho campo eléctrico. Las figuras siguientes representan por separado las líneas de fuerza de dos campos eléctricos: uno generado por una carga  $Q_{(+)}$  y otro generado por una carga  $Q_{(-)}$ :

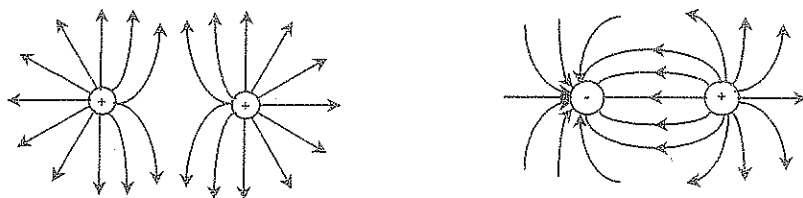


Reemplazando la ecuación 4.2.2 en la 4.3.1:

$$E = \frac{k \cdot Q}{r^2} \quad (4.3.3)$$

En la ecuación anterior se puede verificar que la intensidad disminuye con la distancia.

La figura siguiente representa las líneas de fuerza de un campo debido a dos cargas eléctricas de igual signo y de signo contrario:



Las líneas de fuerza tienen las siguientes características:

- ♦ Se inician cuando la carga es positiva y terminan cuando es negativa.
- ♦ Las líneas de fuerza son continuas.
- ♦ Las líneas de fuerza nunca se intersecan en una región sin cargas.
- ♦ Inmediatamente junto a una carga puntual, las líneas de fuerza tienen dirección radial.

#### 4.4 POTENCIAL ELECTRICO.-

Se define el potencial eléctrico (V) como la energía potencial por unidad de carga. La energía potencial ( $E_p$ ) es la energía que posee una carga eléctrica de prueba en virtud de su posición respecto a otra que genera un campo eléctrico (similar a la energía potencial gravitacional). Entonces:

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{K \cdot q}{r} \quad (4.4.1)$$

Donde:  $r$  es la distancia entre la carga  $Q$  que genera el campo y la carga  $q$  de prueba.



## UNIDADES:

$$V = \frac{E_P}{q}$$

$$V = \frac{[J]}{[C]} = \text{Voltio } [V]$$

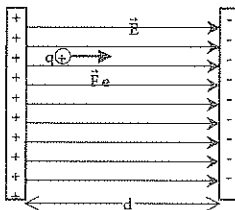
Al igual que la energía potencial eléctrica, el valor del potencial eléctrico depende del nivel de referencia. Por esta razón conviene definir la llamada diferencia de potencial ( $\Delta V$ ) cuyo valor no cambia según la referencia:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = W \cdot q \quad (4.4.2)$$

Donde:  $W$  es el trabajo realizado para llevar la carga  $q$  del punto 1 al 2.

Se denominan **superficies equipotenciales** a aquellas en las que todos los puntos poseen el mismo potencial.

Si se tiene dos placas metálicas paralelas separadas una cierta distancia, cargadas la una positiva y la otra negativamente, la carga se distribuirá en cada placa uniformemente de tal manera que el campo eléctrico generado entre las placas también es uniforme.



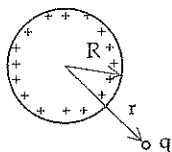
En un campo uniforme las líneas de fuerza son paralelas y la diferencia de potencial viene dada por:

$$\Delta V = E \cdot d \quad (4.4.3)$$

Una esfera conductora cargada eléctricamente genera el mismo campo eléctrico que una carga puntual del mismo valor ubicada en su centro de manera que:

$$V = \frac{K \cdot q}{r} \quad (4.4.4)$$

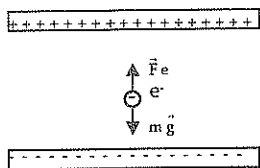
Puede verificarse que en el interior de la esfera el campo eléctrico es nulo y por tanto el potencial es el mismo en todos los puntos interiores e igual al potencial en la superficie:



$$V = \frac{K \cdot q}{R} \quad (4.4.5)$$

Ejemplo:

1. En la figura el electrón (masa =  $9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$ ) se encuentra en reposo entre las placas, determinar la diferencia de potencial entre las placas.



$$\sum F_y = F_e - m \cdot g = 0$$

$$F_e = m \cdot g$$

$$F_e = E \cdot q$$

$$F_e = \frac{\Delta V}{d} \cdot q = m \cdot g$$

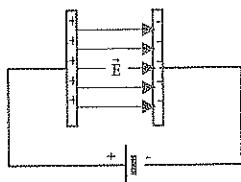
$$\Delta V = \frac{m \cdot g \cdot d}{q} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \times 10^{-3} \text{ m}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$\Delta V = 1.67 \times 10^{-13} [\text{V}]$$

#### 4.4.1 CONDENSADORES.-

El campo eléctrico generado entre dos placas metálicas paralelas tiene gran utilidad en el almacenamiento de la carga eléctrica y este dispositivo recibe el nombre de **condensador** (capacitor).

Cada placa del condensador se conecta a cada una de las terminales de una fuente como se esquematiza en la figura:



Como resultado la placa conectada al borne positivo se carga positivamente y negativamente la placa opuesta. El hecho de que las placas estén cercanas y cargadas con signo opuesto permite que las cargas se transfieran de una placa hacia la otra con una diferencia de potencial pequeña. Esto hace que cada placa se cargue pero que el conjunto o condensador permanezca neutro.

Puede verificarse que la carga ( $Q$ ) almacenada en un capacitor de estas características es directamente proporcional a la diferencia de potencial ( $\Delta V$ ):

$$Q \propto \Delta V$$

$$Q = C_0 \cdot \Delta V \quad (4.4.6)$$

Donde:  $C_0$  es la constante de proporcionalidad y se conoce como capacidad eléctrica (capacitancia) del condensador.

UNIDADES:

$$C_0 = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$C_0 = \frac{[C]}{[V]} = \text{Faradio } [F]$$

Como el faradio es una unidad muy grande normalmente se utiliza un submúltiplo: el microfaradio ( $\mu F$ ).

Si entre las placas de un capacitor se coloca un aislante, es posible almacenar más carga, la nueva capacitancia viene dada por:

$$C = K' C_0 \quad (4.4.7)$$

Donde:  $K'$  es la constante dieléctrica y depende del material aislante

$$C = \frac{K' \cdot K \cdot A}{4\pi \cdot d} \quad (4.4.8)$$

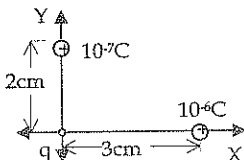
Donde:  $A$  es el área de las placas

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d} \quad (4.4.9)$$

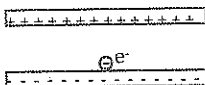
Donde:  $\epsilon$  es la permisividad del material

## Ejercicios

- 4.4.1 En la figura, determinar la fuerza eléctrica total que se ejerce sobre la carga de prueba  $q = 10^{-9}$  C.



- 4.4.2 Dos cargas puntuales de  $5 \times 10^{-6}$  C y  $7 \times 10^{-6}$  C se encuentran en los puntos (2,1) cm y (-1,3) cm respectivamente. Determinar el campo eléctrico en el punto (0,0) cm.
- 4.4.3 Calcular el trabajo realizado para trasladar una carga de  $4 \mu\text{C}$  desde un punto de 200 V de potencial a otro cuyo potencial es 100 V.
- 4.4.4 En la figura, las placas distan entre sí 10 cm y el campo generado tiene una intensidad de  $10^{-10} \text{ N/C}$ . ¿Qué tiempo tardará el electrón en llegar a la placa positiva?



- 4.4.5 Cada placa de un capacitor tiene un área de  $0.25 \text{ m}^2$  y están separadas 2 mm por un aislante cuya constante dieléctrica es 1.5. ¿Cuánta carga puede almacenar el condensador cuando se le conecta a 110 V?

## 4.5 CORRIENTE ELECTRICA.-

Al unir por medio de un conductor dos puntos sometidos a diferente potencial, por efecto del campo eléctrico exterior se produce a lo largo del conductor un movimiento de carga cuyo transporte es más intenso cuanto mayor sea la diferencia de potencial. Este flujo de carga eléctrica se denomina corriente eléctrica. La intensidad de corriente ( $I$ ) se define como la cantidad de carga eléctrica ( $Q$ ) que atraviesa un área unitaria de un conductor en la unidad de tiempo ( $t$ ):

$$I = \frac{Q}{t} \quad (4.5.1)$$

UNIDADES:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{[\text{C}]}{[\text{s}]} = \text{Amperio [A]}$$

Muy a menudo se utilizan en la práctica, submúltiplos de esta unidad.

Cuando el conductor es un sólido (metal) las cargas que circulan son los electrones más externos (libres) y cuando es un líquido (solución salina) las cargas que circulan son los iones.

Para mover las cargas es necesario realizar un trabajo, es decir se requiere energía eléctrica que se genera por conversión de otros tipos de energía dando origen a una diferencia de potencial o voltaje que provoca el movimiento de las cargas.

Todo aparato que suministra una diferencia de potencial se conoce como fuente de fuerza electromotriz (f.e.m) o de voltaje (V).

#### 4.6 RESISTENCIA ELECTRICA. LEY DE OHM.-

Para que carga eléctrica fluya en un conductor debe vencer cierta oposición conocida como resistencia eléctrica (R). La intensidad de corriente que circula por un conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial (V) entre sus extremos e inversamente proporcional a la resistencia (R). Este enunciado corresponde a la llamada ley de Ohm cuya expresión matemática es:

$$I = \frac{V}{R} \quad (4.6.1)$$

UNIDADES:

$$R = \frac{V}{I}$$

En el Sistema Internacional  $R = \frac{[V]}{[A]} = \text{Ohmio } [\Omega]$

✧ La resistencia eléctrica (R) de un conductor depende de su longitud (L) y de su sección transversal (A):

$$R \propto \frac{L}{A}$$

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad (4.6.2)$$

Donde:  $\rho$  se conoce como resistividad y es una constante característica de cada material.

UNIDADES:

$$\rho = \frac{R \cdot A}{L}$$

En el Sistema Internacional:

$$\rho = \frac{[\Omega] \cdot \frac{[m^2]}{[m]}}{[m]} = [\Omega \cdot m]$$

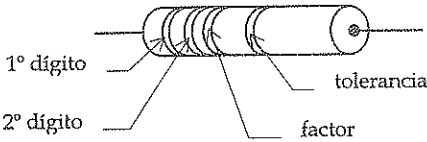
La resistividad varía ligeramente con la temperatura, sin embargo para una primera aproximación se pueden considerar como constantes los valores de  $\rho$  que se presentan en la tabla siguiente:

TABLA 4.6.1

Material	Resistividad $\rho$ ( $\Omega$ m)
Aluminio	$2.82 \times 10^{-8}$
Cobre	$1.7 \times 10^{-8}$
Hierro	$10^{-8}$
Mercurio	$98.4 \times 10^{-8}$
Níquel	$7.8 \times 10^{-8}$
Plata	$1.59 \times 10^{-8}$
Tungsteno	$5.6 \times 10^{-8}$

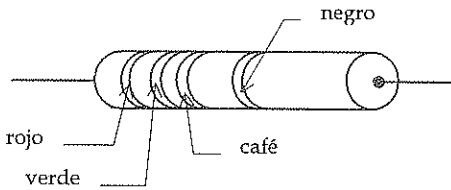
Los datos de resistividad de la tabla son a 20°C.

Comercialmente las resistencias más comunes son cerámicas y se las cuantifica mediante un código universal que utiliza 4 anillos de colores de la siguiente manera:



Color	1º dígito	2º dígito	Factor	Tolerancia %
Negro	0	0	1	± 20
Café	1	1	10	± 1
Rojo	2	2	10 <sup>2</sup>	± 2
Anaranjado	3	3	10 <sup>3</sup>	± 2.5
Amarillo	4	4	10 <sup>4</sup>	± 5
Verde	5	5	---	---
Azul	6	6	---	---
Violeta	7	7	---	---
Gris	8	8	---	---
Blanco	9	9	---	± 10

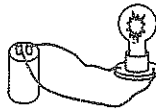
Así por ejemplo:



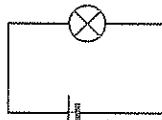
Resistencia:  $250 \Omega \pm 20\%$

#### 4.7 CIRCUITO ELECTRICO.-

Un circuito es un conjunto de elementos eléctricos unidos mediante conductores; un circuito al menos debe constar de: fuente, resistencia y conductores, formando un sistema cerrado, así:




Para facilitar la esquematización de los circuitos se utilizan símbolos convencionales. Entonces el circuito anterior puede representarse como:



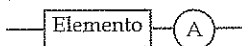
A continuación se presenta un listado de los elementos básicos utilizados en un circuito y su representación:

SÍMBOLO	ELEMENTO	SÍMBOLO	ELEMENTO
	Fuente		Conexión
	Lámpara incandescente		Condensador
	Resistencia fija		Conexión a tierra
	Resistencia variable (reóstato)		Capacitor
	Interruptor		Fusible


Para medir la intensidad de corriente eléctrica ( $I$ ) se utiliza un aparato llamado **amperímetro** que puede ser de diferente tipo, según se base en el efecto magnético, térmico o electrolítico de la corriente.

El símbolo del amperímetro que se usa en el plano de un circuito es: 

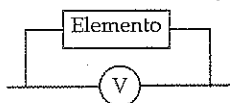
Para conocer la intensidad de corriente que circula por un elemento de un circuito se debe conectar el amperímetro de la siguiente manera:



La diferencia de potencial se mide utilizando un **voltímetro** que puede ser de dos tipos según se base en el paso de la corriente o en la acción electrostática del potencial que se le aplica.

El símbolo del voltímetro es: 

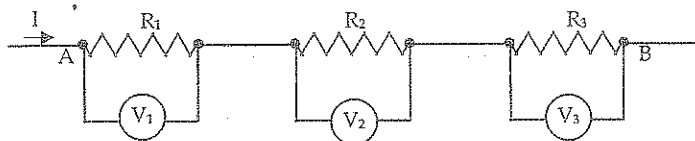
Para conocer la caída de potencial (o fuerza electromotriz) en un elemento de un circuito se debe conectar el voltímetro de la siguiente manera:



#### 4.7.1 RESISTENCIAS EN SERIE Y PARALELO.-

Las resistencias se pueden asociar eléctricamente de dos maneras: en serie cuando están colocadas una a continuación de otra y en paralelo cuando se encuentran en diferentes ramales en los que se ha dividido el circuito.

Cuando las resistencias se conectan en serie por cada una circula la misma intensidad de corriente ( $I$ ) y la diferencia de potencial entre A y B, se divide:



$$V_{AB} = V_1 + V_2 + V_3 \quad (4.7.1)$$

aplicando la ley de Ohm:

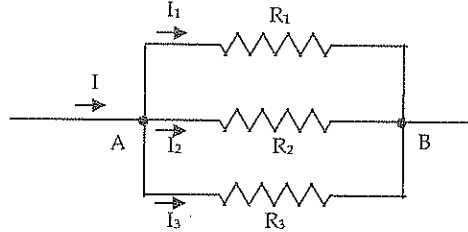
$$I \cdot R_{eq} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 \quad (4.7.2)$$

simplificando:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \quad (4.7.3)$$



Al conectar las resistencias en **paralelo** la diferencia de potencial ( $V_{AB}$ ) de cada ramal es la misma y la corriente se distribuye entre los ramales:



$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (4.7.4)$$

aplicando la ley de Ohm:

$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} \quad (4.7.5)$$

simplificando:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (4.7.6)$$

Las ecuaciones 4.7.3 y 4.7.6 pueden ampliarse para cualquier número de resistencias (n); así:

En serie:

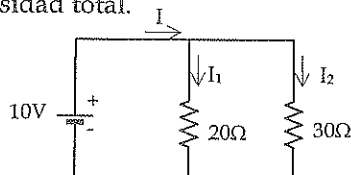
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i \quad (4.7.7)$$

En paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (4.7.8)$$

Ejemplo:

1. En el siguiente circuito determinar la intensidad de corriente que circula en cada ramal y también la intensidad total.



$$R_{eq} = \left( \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{30 \Omega} \right)^{-1} = 12 \Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{10 \text{ v}}{12 \Omega} = 0.83 \text{ A}$$

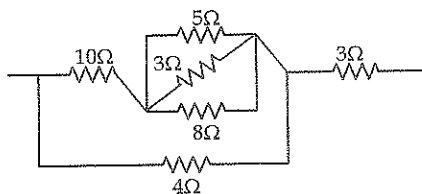
$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{10 \text{ v}}{20 \Omega} = 0.5 \text{ A}$$

$$I = I_1 + I_2$$

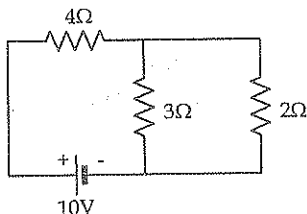
$$I_2 = I - I_1 = 0.33 \text{ A}$$

## Ejercicios

- 4.7.1 ¿Cuál es la resistencia de un alambre cilíndrico de cobre de 10 m de longitud y de 1 mm de diámetro?
- 4.7.2 Un alambre se corta en tres segmentos y dos de estos se enroscan. ¿Cuál es la relación de resistencias entre el alambre original y el alambre enroscado?
- 4.7.3 ¿Qué arreglo debe construirse con resistencias de 3, 5 y 6  $\Omega$  para tener una resistencia equivalente de 7  $\Omega$ ?
- 4.7.4 En la figura siguiente, ¿qué valor tiene la resistencia equivalente?



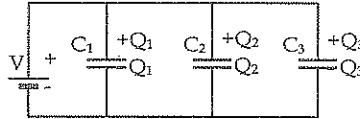
- 4.7.5 Encontrar la diferencia de potencial y la intensidad de corriente que circula en a través de la resistencia de 3  $\Omega$ .



#### 4.7.2 CAPACITORES EN SERIE Y PARALELO.-

De manera similar que las resistencias, los condensadores pueden asociarse eléctricamente en serie o en paralelo.

Cuando los *capacitores* están en paralelo:



Las placas conectadas al polo positivo de la fuente se conectan entre sí y las placas conectadas al polo negativo de la fuente también estarán conectadas entre sí, por tanto:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V \quad (4.7.9)$$

La carga de cada capacitor de acuerdo a la ecuación 4.4.6 viene dada por:

$$Q_1 = C_1 \cdot V; \quad Q_2 = C_2 \cdot V; \quad Q_3 = C_3 \cdot V \quad (4.7.10)$$

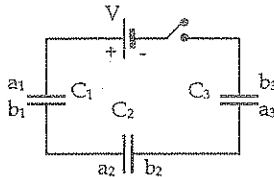
Para obtener la capacitancia equivalente que almacene la misma carga total ( $Q_{eq}$ ):

$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (4.7.11)$$

$$C_{eq} \cdot V = C_1 V + C_2 V + C_3 V \quad (4.7.12)$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 \quad (4.7.13)$$

Cuando los *condensadores* están conectados en serie:



Al cerrar el interruptor, la placa  $a_1$  se carga positivamente ( $+Q$ ) y por inducción la placa  $b_1$  se carga negativamente ( $-Q$ ). Por el principio de conservación

de la carga en el conductor que une  $C_1$  y  $C_2$  la placa  $a_2$  de  $C_2$  adquiere una carga positiva (+Q) y así sucesivamente. Por tanto:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_{eq} \quad (4.7.14)$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (4.7.15)$$

$$\frac{Q_{eq}}{C_{eq}} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} \quad (4.7.16)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (4.7.17)$$

Esta deducción puede ampliarse un número  $n$  de capacitores:

En serie:

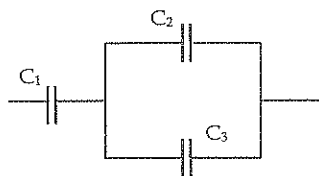
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (4.7.18)$$

En paralelo:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (4.7.19)$$

Ejemplo:

1. Encontrar la capacitancia equivalente para el siguiente sistema:



$$C_{eq\ 2-3} = C_2 + C_3$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}$$

$$C_{eq} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

#### 4.8 POTENCIA ELECTRICA. EFECTO JOULE.-

Al circular corriente (I) por un conductor este desprende calor, fenómeno que recibe el nombre de efecto Joule y es el fundamento del funcionamiento de muchos aparatos eléctricos de calentamiento.

La potencia eléctrica (P) se define como:

$$P=V \cdot I \quad (4.8.1)$$

UNIDADES:

$$P = V \cdot I$$

En el Sistema Internacional 
$$P = \frac{[J]}{[C]} \frac{[C]}{[s]} = \frac{[J]}{[s]} = \text{Vatio} = \text{Watt}(W)$$

Entonces, la energía eléctrica ( $E_e$ ) sería:

$$E_e = P \cdot t = I \cdot V \cdot t \quad (4.8.2)$$

De acuerdo al principio de conservación de la energía, la cantidad de energía eléctrica provista es proporcional al calor disipado ( $Q_p$ ):

$$E_e \propto Q_p \quad (4.8.3)$$

Si un conductor se introduce en agua, el calor liberado por este incrementa la temperatura del líquido y del recipiente que lo contiene; y nuevamente aplicando la ley de la conservación de la energía el calor perdido por el conductor ( $Q_p$ ) es igual al calor ganado por el agua  $Q_g$ :

$$Q_p = Q_g \quad (4.8.4)$$

Combinado las ecuaciones 4.8.3 y 4.8.4:

$$E_e \propto Q_g \quad (4.8.5)$$

$$E_e = J \cdot Q_g \quad (4.8.6)$$

Donde: J es la constante de proporcionalidad conocida como el equivalente eléctrico del calor y expresa la relación entre las unidades de energía eléctrica y térmica.

El valor de J obtenido experimentalmente (mediante calentamiento eléctrico de agua en un calorímetro) sería:

$$J = 4.186 \text{ Joule/Cal.} \quad (4.8.7)$$

## Ejemplo:

1. Una ducha eléctrica está clasificada para 10 A a 110 V, si se utiliza durante 10 minutos cada día, ¿cuánto se deberá pagar mensualmente por este concepto, si el kilovatio-hora cuesta aproximadamente 140 sucres?

$$P = I \cdot V = 10 \text{ A} \cdot 110 \text{ V} = 1100 \text{ W}$$

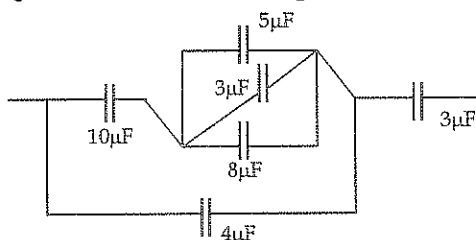
$$E = P \cdot t = \frac{1100 \text{ W} \cdot 10 \text{ min} \cdot 1 \text{ h} \cdot 1 \text{ KW}}{1000 \text{ W} \cdot 60 \text{ min}}$$

$$E = 0.18 \text{ KW} \cdot \text{h}$$

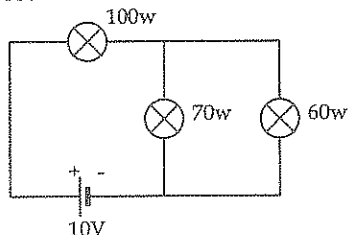
$$\text{Costo} = \frac{0.18 \text{ KW} \cdot \text{h} \times 140 \text{ sucres}}{\text{KW} \cdot \text{h}} = 26 \text{ sucres}$$

## Ejercicios

- 4.8.1 ¿Qué cantidad de carga se debe añadir a un condensador de  $10 \mu\text{F}$  para aumentar la diferencia de potencial entre sus láminas en 40 V?
- 4.8.2 ¿Cómo debe hacerse un arreglo de tres condensadores ( $4$ ,  $5$  y  $7 \mu\text{F}$ ) para que la capacitancia equivalente sea  $3 \mu\text{F}$ ?
- 4.8.3 En la figura, ¿cuál es el valor de la capacitancia equivalente?



- 4.8.4 En el circuito de la figura, determinar la intensidad de corriente que circula por cada foco.



#### 4.9 LEYES DE KIRCHHOFF.-

Algunos circuitos de corriente continua (DC) están conformados por arreglos de resistencias que emplean más de una fuente de poder y por lo tanto estos no pueden ser analizados como una combinación de resistencias en serie y en paralelo.

El procedimiento para determinar la intensidad que circula por cada ramal de un circuito de estas características fue formulado por Gustav Kirchhoff.

Las leyes de Kirchhoff se aplican a los nudos (puntos donde 2 o más conectores se juntan) y a las mallas (caminos cerrados del circuito).

La primera ley (o ley de los nudos) se basa en la conservación de la carga eléctrica y dice que la suma de las intensidades de corriente que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades de corriente que salen de él:

$$\sum I_{\text{entran}} = \sum I_{\text{salen}} \quad (4.9.1)$$

La ley de las mallas (2° ley) se basa en el principio de conservación de la energía y se enuncia así: en toda malla la suma de las fuerzas electromotrices ( $\epsilon$ ) es igual a la suma de los productos de las intensidades de corriente ( $I$ ) por las resistencias ( $R$ ) a través de las cuales circulan dichas intensidades:

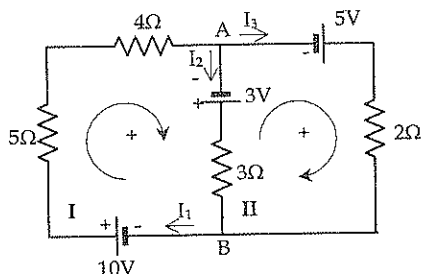
$$\sum \epsilon = \sum (I \cdot R) \quad (4.9.2)$$

El procedimiento que se aconseja para facilitar la solución de este tipo de circuitos es el siguiente:

- a) Se asigna al azar el sentido positivo en el que se analizarán las mallas.
- b) Se asumen arbitrariamente las direcciones de las intensidades de corriente en cada ramal y se las numera ( $I_1, I_2, I_3, \dots$ , etc).
- c) En cada malla se plantea la ecuación 4.9.2, tomando en cuenta los signos de las f.e.m y de las intensidades según el sentido asumido como positivo en a), es decir que son positivas las f.e.m cuando el recorrido se hace desde el polo (-) al polo (+) y las corrientes son positivas cuando su sentido asumido es igual al establecido en a).
- d) En cada nudo menos en uno se plantea la ecuación 4.9.1.
- e) Se resuelve el sistema de ecuaciones obtenidas en c) y d).
- f) Si el valor de cualquier intensidad de corriente resulta negativo, significa que el sentido asumido para la corriente eléctrica era incorrecto, entonces el sentido real será el contrario al supuesto inicialmente, pero el valor absoluto es el mismo.

Ejemplo:

1. Calcular la intensidad de corriente que circula por cada conductor .



$$\text{Malla I: } 10\text{V} + 3\text{V} = I_1(5\Omega) + I_1(4\Omega) + I_2(3\Omega)$$

$$(1) \quad 13 = 9I_1 + 3I_2$$

$$\text{Malla II: } 5\text{V} - 3\text{V} = I_3(2\Omega) - I_2(3\Omega)$$

$$(2) \quad 2 = -3I_2 + 2I_3$$

$$\text{Nudo A: } (3) \quad I_1 = I_2 + I_3$$

Resolviendo el sistema de las tres ecuaciones obtenidas:

$$I_1 = 1.39\text{ A}$$

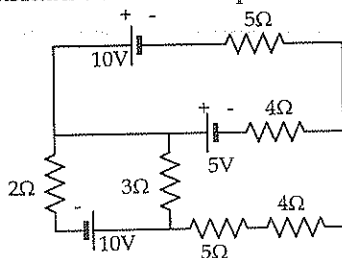
$$I_2 = 0.16\text{ A}$$

$$I_3 = 1.23\text{ A}$$

Como los valores obtenidos de  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  son positivos, los sentidos que se han asumido arbitrariamente al principio son correctos.

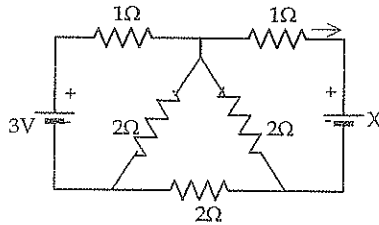
## Ejercicios

- 4.9.1 Calcular la intensidad de corriente que circula por cada ramal.

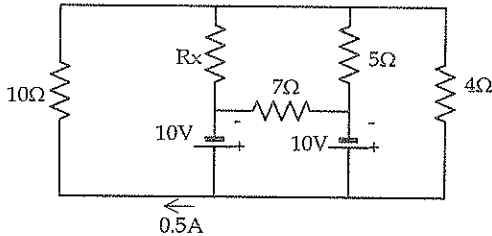




4.9.2 ¿Qué valor tiene la resistencia desconocida?



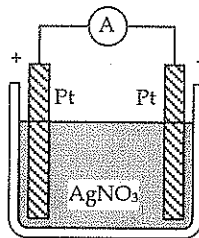
4.9.3 ¿Qué fuerza electromotriz produce la fuente incógnita?



#### 4.10 ELECTROLISIS.-

El agua pura es un aislante, pero si en ella se disuelve una sustancia, el agua puede convertirse en conductora. La sustancia añadida que produce este efecto se conoce como **electrolito** y el fenómeno en sí como **electrólisis**.

Si en una cuba con agua se disuelve un electrolito y se colocan dos varillas metálicas (electrodos) conectadas mediante un conductor puede verificarse que en este circula corriente eléctrica, esto se debe a las reacciones químicas que tienen lugar en los electrodos.



Debido a las reacciones químicas se producen sustancias que pueden ser sólidas o gaseosas y por tanto depositarse o desprenderse en los electrodos respectivamente.

El electrodo positivo se denomina ánodo y el negativo cátodo. Experimentalmente se encontró que la cantidad de producto ( $m$ ) depositado (o desprendido) es proporcional a la intensidad de corriente ( $I$ ) y al tiempo ( $t$ ) durante el cual circula la corriente eléctrica.

$$m \propto I \cdot t$$

$$m = A \cdot I \cdot t \quad (4.10.1)$$

Donde:  $A$  es una constante que depende del tipo de sustancia producida.

$$A = \frac{P_e}{F} \quad (4.10.2)$$

Donde:  $p_e$  es el peso equivalente de la sustancia producida.  
 $F$  es la corriente necesaria para producir 1 peso equivalente de cualquier producto.

$$F = 96519 \text{ C}$$

Entonces:

$$m = \frac{P_e}{F} \cdot I \cdot t \quad (4.10.3)$$

Ejemplo:

1. ¿Cuánto tiempo se debe pasar una corriente de 5 A por una celda electrolítica para depositar 3 g de cobre de una solución acuosa de sulfato de cobre?

$$P_{e \text{ Cu}} = \frac{63.5 \text{ g}}{2} = 31.77 \text{ g}$$

$$t = \frac{F \cdot m}{P_e \cdot I}$$

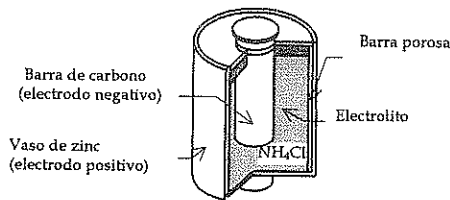
$$t = \frac{96519 \text{ C} \cdot 3 \text{ g} \cdot 1 \text{ min}}{31.77 \text{ g} \cdot 5 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s}} = 30.4 \text{ min}$$

#### 4.11 PILAS.-

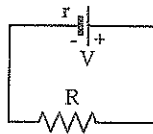
Una cuba con agua en la que se ha disuelto un electrolito, como la descrita inmediatamente antes, puede considerarse como un generador elemental de energía o pila.

La corriente eléctrica circula mientras exista en la solución material capaz de reaccionar, cuando este se agota, los reactivos deben renovarse si se desea seguir generando fuerza electromotriz.

Uno de los dispositivos usados comercialmente es la pila seca que consta de un electrodo sólido de carbón (positivo) y un electrodo de zinc (negativo) en forma de vaso. Entre los dos electrodos se tiene una pasta húmeda de cloruro de amonio y cloruro de zinc. Este tipo de pila genera una fuerza electromotriz de 1.5 V, determinada por la naturaleza de la pila y no por su tamaño:



Al conectar una pila en un circuito, se establece una corriente de intensidad ( $I$ ) que circula del polo positivo al negativo por el exterior venciendo una resistencia ( $R$ ) y del polo negativo al positivo por el interior de la pila cuya resistencia interna ( $r$ ) varía según el tipo de pila y sus dimensiones.



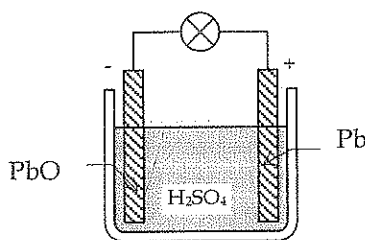
En este caso la intensidad de corriente que circula por el circuito viene dada por:

$$I = \frac{V}{R + r} \quad (4.11.1)$$

Las pilas son ineficaces cuando deben utilizarse un lapso prolongado, por esta razón se ha diseñado el llamado acumulador cuya diferencia con la pila radica en que este puede recargarse.

El ejemplo más común de acumulador lo constituye la batería de automóvil en la que el cátodo es una placa de plomo esponjoso, el ánodo es peróxido de plomo y el electrolito es ácido sulfúrico diluido.

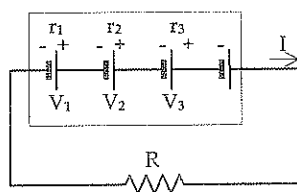
En este caso el voltaje de salida es de 2V. La mayor parte de los acumuladores constan de 6 celdas conectadas en serie que dan una fuerza electromotriz total de 12 V.



#### 4.11.1 FUENTES EN SERIE Y PARALELO.-

Para aumentar la fuerza electromotriz y/o la intensidad de corriente se recurre al agrupamiento de las fuentes en serie o en paralelo.

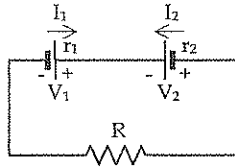
El acoplamiento en serie consiste en conectar el polo negativo del primer elemento al positivo del segundo, el negativo de este al positivo del siguiente y así sucesivamente.



En este caso las resistencias internas se suman al igual que la fuerza electromotriz de cada fuente para obtener la equivalente, mientras que la intensidad de corriente que circula por cada elemento es la misma que la equivalente:

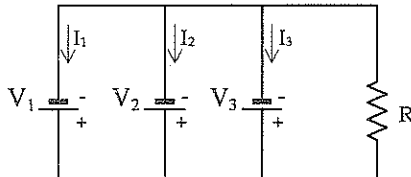
$$I = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{R + \sum_{i=1}^n r_i} \quad (4.11.2)$$

Cuando las fuentes se conectan como se ilustra en la figura siguiente, las fuerzas electromotrices se restan:



$$I = \frac{V_1 - V_2}{R + \sum_{i=1}^n r_i} \quad (4.11.3)$$

El acoplamiento en **paralelo** llamado también **derivación** consiste en unir todos los polos positivos entre sí, haciendo lo propio con los negativos:

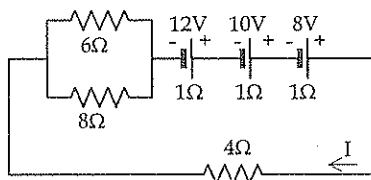


Cuando las fuerzas electromotrices de todas las fuentes son iguales el voltaje equivalente es igual al de cada fuente ( $V_1 = V_2 = V_3 = V_{eq}$ ) y la resistencia interna equivalente ( $r_{eq}$ ) se determina como para un arreglo de resistencias en paralelo.

En el caso de que cada fuente tenga diferente voltaje de salida, el cálculo de la fuerza electromotriz equivalente se complica, por lo que queda fuera del alcance de esta obra.

Ejemplo:

1. Determinar la intensidad de corriente  $I$  en el circuito de la figura.



$$R = \left[ \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right)^{-1} + 4 \right] \Omega$$

$$R = 7.43 \Omega$$

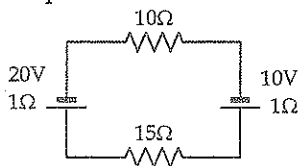
$$r_{eq} = 1\Omega + 1\Omega + 1\Omega = 3\Omega$$

$$V_{eq} = 12V + 10V + 8V = 30V$$

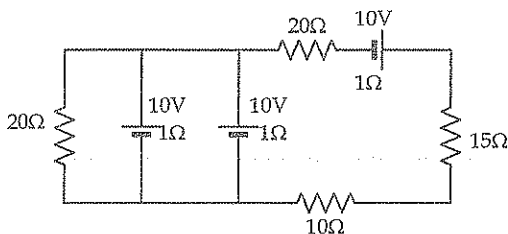
$$I = \frac{30V}{7.43\Omega + 3\Omega} = 4.67 A$$

### Ejercicios

- 4.11.1 ¿Qué trabajo eléctrico se debe realizar para bañar en plata ( $\rho=10.5 \text{ g/cm}^3$ ) una lámina de  $2 \times 3 \text{ cm}$  en ambas caras, si la capa debe ser de  $0.1 \text{ mm}$  de espesor y la resistencia externa de  $5 \Omega$ ?
- 4.11.2 Dos baños electrolíticos se conectan en serie, el primero contiene una solución de nitrato de plata y el otro una solución de cloruro de zinc. ¿Cuánta plata se ha depositado en el primer baño cuando en el segundo se han depositado  $4.5 \text{ g}$  de zinc?
- 4.11.3 ¿Cuál es la corriente que circula en el circuito de la figura?

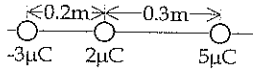


- 4.11.4 Encontrar la intensidad en cada ramal del circuito de la figura.

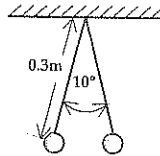


## EJERCICIOS PROPUESTOS

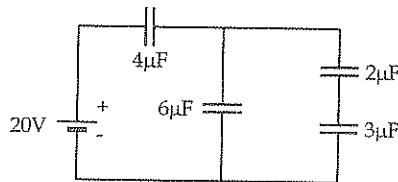
- 1.- ¿Cuál es la fuerza electrostática neta sobre la carga de  $2\mu\text{C}$  en la figura?



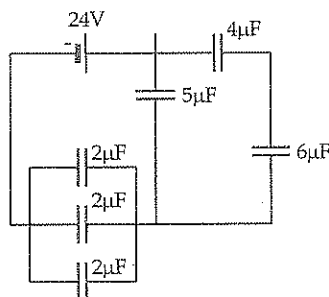
- 2.- ¿A qué distancia deben estar 2 electrones para que la fuerza electrostática generada entre ellos sea igual al peso de un electrón (masa del electrón:  $9.11 \times 10^{-31} \text{Kg}$ )?
- 3.- Dos esferas suspendidas como se indica en la figura tienen una masa de 0.4 g cada una y cargas iguales. ¿Cuál es la carga de cada esfera?



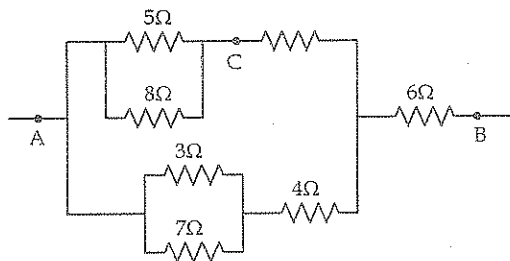
- 4.- ¿Cuál es el radio de una esfera conductora cuya densidad de carga sobre su superficie es  $8\mu\text{C}/\text{m}^2$  y la intensidad del campo eléctrico en un punto situado a 1 m de su superficie es  $1.3 \times 10^3 \text{ N/C}$ ?
- 5.- Un capacitor está constituido por dos discos paralelos de 5 cm de radio y entre ellos existe un dieléctrico de 1 mm de espesor y de constante dieléctrica igual a 3, cuando se lo conecta a una fuente de 200 V, ¿cuál es la densidad de energía electrostática debido al campo eléctrico entre los dos placas?
- 6.- Se construye un capacitor con dos esferas metálicas concéntricas de radios  $r_1$  y  $r_2$  siendo  $r_1 > r_2$  y  $r_1 - r_2 \ll r_2$ . Si entre las esferas existe un dieléctrico cuya constante dieléctrica es dos, encontrar la expresión para calcular su capacitancia.
- 7.- En la figura, encontrar la carga y la diferencia de voltaje a través de cada capacitor.



8.- ¿Cuál es la carga que cada capacitor almacena en el circuito de la figura?



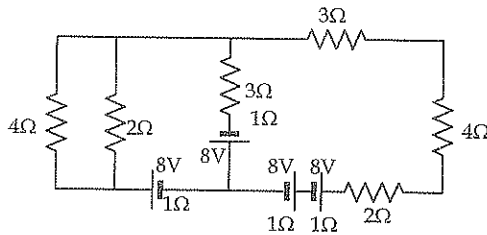
- 9.- Si un alambre conduce 300 mA durante 5 minutos, ¿cuántos electrones han pasado hasta ese momento por un punto cualquiera de tal conductor?
- 10.- La resistencia de cobre de una ducha eléctrica tiene un diámetro de 0.5 mm y una longitud de 2 m. ¿Cuál es la resistencia del conductor?
- 11.- Un alambre de plata de 15 m de longitud tiene una resistencia de 0.5 mΩ, determinar su diámetro.
- 12.- Dos baterías de 1.5 V se conectan en serie con una resistencia de 200 Ω. ¿Cuál es la intensidad de corriente que fluye por el circuito si la resistencia interna de las baterías es despreciable?
- 13.- ¿Cuál será la longitud de un hilo de cobre de 5 mm de diámetro que tenga la misma resistencia que una barra de hierro de 3 m cuya sección rectangular es de 1 cm por 2 cm?
- 14.- En el circuito de la figura, calcular la resistencia equivalente entre A y B y la diferencia de potencial entre A y C si la intensidad de corriente que circula por la resistencia de 5 Ω es 0.2 A.



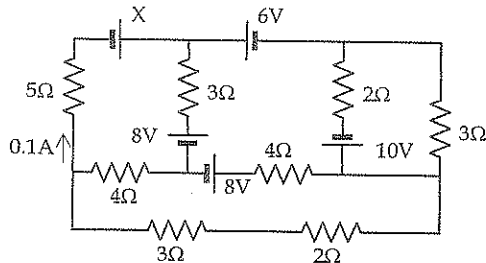
- 15.- Tres resistencias de igual valor se conectan en serie, al aplicar una diferencia de potencial V en el conjunto, la potencia total consumida es de 20 Watts. ¿Cuál será la potencia consumida si se las conecta en paralelo a la misma diferencia de potencial V?



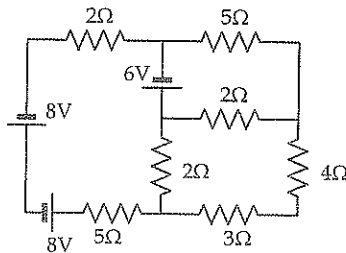
- 16.- En el circuito de la figura, determinar las diferentes intensidades de corriente que circulan por cada uno de sus elementos.



- 17.- ¿Cuál es la diferencia de potencial en la fuente del circuito de la figura?



- 18.- Encontrar la potencia disipada por la resistencia de  $4\ \Omega$  y la diferencia de potencial en la resistencia de  $3\ \Omega$ .



- 19.- ¿Qué intensidad de corriente se debe utilizar para bañar en plata una esfera de 1 cm de diámetro con una capa de 0.2 mm de espesor si se quiere realizar el proceso en  $\frac{1}{2}$  hora?
- 20.- Por una celda electrolítica de cromado circulan 3 A durante 1 hora para bañar un cilindro de 10 cm de diámetro y 5 cm de altura. ¿Cuál es el espesor de la capa de cromo?

## EVALUACION OBJETIVA

## Completar:

1. Un cuerpo puede cargarse eléctricamente mediante ..... , ..... , ..... .
2. Cargas eléctricas del mismo signo se ..... y de signo contrario se ..... .
3. La carga por ..... se produce sin contacto físico entre el cuerpo cargado y el que se desea cargar.
4. En un átomo el número de protones es igual al número de ..... para que esté eléctricamente neutro.
5. La fuerza electrostática es directamente proporcional a ..... e inversamente proporcional a ..... .
6. La dirección del campo eléctrico es la misma que la de la ..... sobre una carga de prueba.
7. En un campo eléctrico uniforme las líneas de fuerza son siempre ..... .
8. Las superficies que tienen el mismo ..... se conocen como superficies equipotenciales.
9. El dispositivo que alinacena carga eléctrica se denomina ..... .
10. La resistencia eléctrica en un conductor es ..... proporcional a su longitud y es ..... proporcional a su sección.
11. Si varias resistencias eléctricas se agrupan en paralelo la resistencia equivalente es ..... que cada una de ellas.
12. Si la intensidad de corriente que circula por un conductor es 2 A y la diferencia de potencial es 3 V, la resistencia es .....  $\Omega$ .
13. Si se duplica la resistencia en un circuito manteniendo la potencia constante, la intensidad de corriente se ..... .
14. Si uno de tres focos conectados en serie se quema, la corriente que circula por los otros dos es ..... .
15. La intensidad de corriente que circula por cada uno de tres focos conectados a una misma batería es mayor si se los conecta en ..... .
16. Cuando la intensidad circula del polo positivo al negativo en una fuente esta, tiene signo ..... .
17. Las fuentes se deben agrupar en ..... para obtener mayor intensidad y en ..... para obtener mayor diferencia de potencial.
18. Dos celdas conectadas en serie se utilizan para depositar oro y zinc respectivamente, la masa depositada de oro es ..... que la masa depositada de Zinc.

19. Si las celdas anteriores se conectan en paralelo y por la de oro circula el doble de intensidad que por la de zinc, la masa depositada de oro es ..... de la masa depositada de zinc.
20. En una celda electrolítica la masa depositada es directamente proporcional a la ....., al ..... y al .....

Escribir verdadero (V) o falso (F):

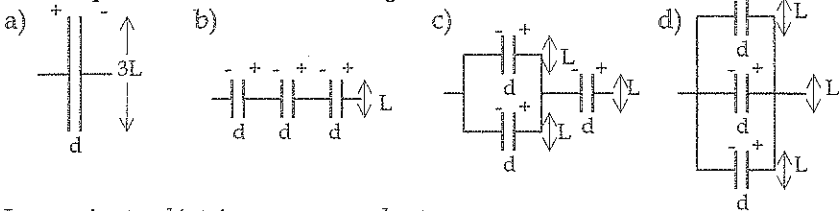
1. El valor de la carga elemental es igual al valor de la carga de un protón..... ( )
2. La carga de un neutrón es igual a la carga de un protón ..... ( )
3. Toda carga eléctrica genera un campo a su alrededor ..... ( )
4. La carga de prueba es siempre atraída por la carga que genera el campo eléctrico ..... ( )
5. En un aislante eléctrico las cargas se mueven con mucha facilidad..... ( )
6. Si se transfiere electrones de una piel de gato a una barra de caucho por fricción, la barra se carga negativamente ..... ( )
7. La fuerza eléctrica es siempre de repulsión ..... ( )
8. Las líneas de fuerza siempre salen de la carga que genera el campo eléctrico ..... ( )
9. El potencial eléctrico disminuye al alejarse de la carga que genera el campo eléctrico ..... ( )
10. La energía potencial siempre aumenta al alejarse de la carga que genera el campo eléctrico ..... ( )
11. Existe flujo de corriente siempre que existe diferencia de potencial ..... ( )
12. Las superficies equipotenciales de una carga puntual son esferas concéntricas ..... ( )
13. Si se duplica el área de las placas de un condensador, la carga que este puede almacenar se duplica..... ( )
14. La resistencia aumenta al incrementarse el espesor del conductor ..... ( )
15. La intensidad de corriente es directamente proporcional a la resistencia e inversamente proporcional a la diferencia de potencial ..... ( )
16. El efecto Joule puede ser beneficioso ..... ( )
17. La intensidad de corriente total es igual a la suma de las intensidades que circulan por cada ramal de un circuito cualquiera ..... ( )
18. La diferencia de potencial entre dos nudos cualquiera es constante en el mismo circuito ..... ( )
19. El agua pura es un buen conductor de la electricidad ..... ( )
20. La resistencia interna de una fuente aumenta con el uso ..... ( )

Subrayar la respuesta correcta:

1. La carga eléctrica de un cuerpo:
  - a) Es siempre negativa.
  - b) Es siempre positiva.
  - c) Siempre puede transferirse.
  - d) Ninguna.
2. La fuerza eléctrica es:
  - a) Siempre de atracción.
  - b) Siempre de repulsión.
  - c) Una acción a distancia.
  - d) Ninguna.
3. La campo eléctrico:
  - a) Depende de la carga que lo genere.
  - b) Tiene mayor intensidad a medida que se aleja de la carga que lo genera.
  - c) Es constante en todo el espacio que rodea a la carga.
  - d) Ninguna.
4. En un campo eléctrico:
  - a) Las superficies equipotenciales no siempre son perpendiculares a las líneas de fuerza.
  - b) Una carga que se mueve sobre una superficie equipotencial no realiza trabajo.
  - c) Las líneas de fuerza son siempre paralelas.
  - d) Ninguna.
5. El vector campo eléctrico:
  - a) Tiene la misma dirección que las líneas de fuerza.
  - b) Tiene la misma dirección y sentido que la fuerza eléctrica.
  - c) Tiene la misma dirección y sentido contrario que la fuerza eléctrica.
  - d) Ninguna.
6. El potencial eléctrico:
  - a) Depende de la carga de prueba colocada en el campo eléctrico.
  - b) Existe sin necesidad de una carga de prueba.
  - c) Aumenta con la distancia a la carga que genera el campo.
  - d) Ninguna.

7. En un condensador de placas paralelas:
- Las dos placas se cargan positivamente.
  - Las dos placas se cargan negativamente.
  - Una placa se carga positiva y la otra negativamente.
  - Ninguna.
8. En un condensador se almacena más carga cuando:
- Existe entre las placas un conductor.
  - Existe entre las placas un dieléctrico.
  - Existe entre las placas aire.
  - Ninguna.

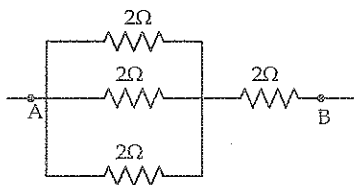
9. Qué esquema almacena más carga:



10. La corriente eléctrica en un conductor:
- Produce diferencia de potencial.
  - Se produce por un movimiento de protones.
  - Es producida por una diferencia de potencial.
  - Ninguna.
11. La resistencia eléctrica de un conductor aumenta cuando:
- Su sección se incrementa.
  - Su longitud disminuye.
  - Se enrolla.
  - Ninguna.
12. Un voltio es equivalente a:
- $\frac{C \cdot s}{\Omega}$ .
  - $\frac{C \cdot \Omega}{s}$ .
  - $\frac{A}{\Omega}$ .
  - Ninguna.

13. La resistencia equivalente en el esquema de la figura es:

- a)  $8\Omega$
- b)  $\frac{3}{8}\Omega$
- c)  $\frac{8}{3}\Omega$
- d) Ninguna.



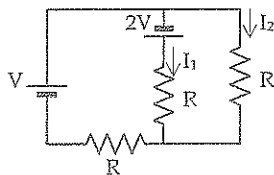
14. La potencia eléctrica puede expresarse como:

- a)  $R^2 \cdot I \cdot t$
- b)  $\frac{V^2 \cdot t}{R}$
- c)  $\frac{R \cdot I^2}{t}$
- d) Ninguna.

15. El calor que desprende durante 30 minutos un calentador eléctrico de  $10\Omega$  por el que circula una corriente de 3 A es:

- a) 2700 Cal.
- b) 2700 Jouls.
- c) 27000 Cal.
- d) Ninguna.

En la figura: (preguntas 16,17 y 18)



16. El valor de  $I_2$  es:

- a)  $\frac{V}{3R}$
- b)  $\frac{3V}{R}$
- c)  $\frac{R}{3V}$
- d) Ninguna.

17. El valor de  $I_1$  es:

a)  $\frac{3V}{4R}$ .

b)  $\frac{V}{4R}$ .

c)  $\frac{4V}{3R}$ .

d) Ninguna.

18. La potencia disipada en la resistencia de la derecha es:

a)  $\frac{9V^2t}{R}$ .

b)  $\frac{V^2t}{9R}$ .

c)  $\frac{V^2t}{8R}$ .

d) Ninguna.

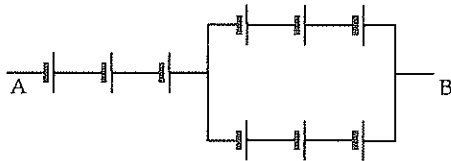
19. En la figura, cada fuente genera una fuerza electromotriz de 1.5 V. El voltaje resultante entre A y B es:

a) 4.5 V.

b) 9 V.

c) 13.5 V.

d) Ninguna.



20. Para depositar igual masa de zinc y de plata en el mismo tiempo, la relación de

intensidad de corriente  $\frac{I_{Ag}}{I_{Zn}}$  es:

a) 1.5.

b) 1.3.

c) 3.3.

d) Ninguna.





# Fundamentos de magnetismo

## 5.1 CONCEPTOS GENERALES.-

Al aproximar dos imanes entre sí o un imán y un objeto de hierro se atraen o se repelen con una fuerza fácilmente perceptible. Este fenómeno se conoce como magnetismo. El magnetismo está relacionado con la electricidad, es decir por medio de la electricidad se pueden producir efectos magnéticos o viceversa.

De manera similar que entre dos cargas eléctricas se producen fuerzas (de atracción o repulsión) eléctricas, entre dos imanes se ejercen fuerzas magnéticas también de atracción o repulsión. Así mismo una masa magnética crea un campo magnético cuyas características son similares a las de un campo eléctrico producido por una carga.

La dirección y magnitud de un campo magnético pueden determinarse analizando los efectos que este produce sobre una carga eléctrica en movimiento.

Los campos magnéticos en movimiento generan campos eléctricos y la corriente eléctrica así generada recibe el nombre de inducida.

## 5.2 POLOS MAGNETICOS.-

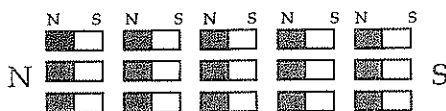
Un imán es un cuerpo que tiene la propiedad de atraer objetos de hierro o de acero, siendo más intensa esta atracción en los extremos (polos) del mismo y nula en el medio (línea neutra). Por convención los polos de un imán se denominan Norte y Sur.

Cuando un imán se parte en dos trozos cada parte se convierte en un nuevo imán completo con sus dos polos: el polo Norte de la barra original sigue siendo el polo Norte del trozo en el que ha quedado:

N		S	
N	S	N	S
N S	N S	N S	N S
N S	N S	N S	N S

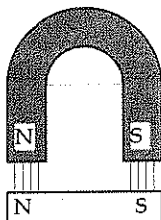
Si se sigue dividiendo a su vez cada trozo se obtiene siempre nuevos imanes completos. Si la división continúa hasta el menor tamaño de partícula se

obtienen los llamados imanes moleculares. Todo objeto de hierro está constituido por estos imanes moleculares orientados en cualquier dirección neutralizándose sus acciones, pero en un imán, los imanes moleculares que lo constituyen están colocados en serie de manera que el polo Norte está inmediatamente próximo al Sur del imán siguiente, de este modo las fuerzas de los imanes moleculares se anulan y solo quedan las fuerzas de los polos extremos que dan como resultado los polos Norte y Sur del imán:



La experiencia ha demostrado que polos iguales se repelen y polos opuestos se atraen.

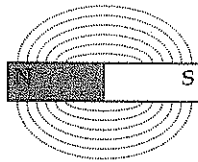
Al aproximar un imán potente a una barra de hierro dulce, está se convierte en un imán por inducción, de tal modo que el extremo de la barra más próximo a uno de los polos del imán inductor se convierte en el polo contrario. Este fenómeno de la **inducción magnética** se debe a que los imanes moleculares del cuerpo inducido se orientan bajo la influencia del imán inductor:



El imán así producido (barra imantada) es solo temporal es decir que desaparece poco tiempo después de alejar la barra de las cercanías del imán.

La tierra se considera como un enorme imán cuyo Norte magnético casi coincide con su Norte geográfico. Esta consideración puede probarse utilizando una aguja imantada (brújula) que al ser suspendida o colocada en agua siempre se orienta hacia el Norte.

## 5.3 CAMPO MAGNETICO.-



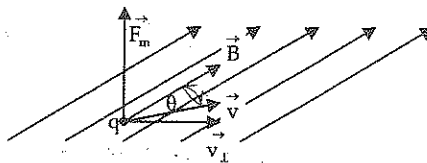
Todo imán crea a su alrededor un campo magnético donde se manifiestan las fuerzas magnéticas. La distribución del campo magnético puede representarse en el espacio por superficies equipotenciales o por líneas de fuerza cuya significación es la misma que en electrostática. La intensidad del campo magnético denominada inducción magnética o simplemente campo magnético se representa por  $\vec{B}$ . Gráficamente, se representa así:



Las líneas de fuerza son siempre cerradas porque no es posible obtener un polo magnético aislado (siempre están juntos los polos Norte y Sur).

La existencia del campo magnético puede evidenciarse con la presencia de una carga eléctrica positiva (de prueba) en movimiento, ya que sobre ella se ejerce una fuerza ( $F_m$ ) magnética cuya magnitud es proporcional al valor de la carga ( $q$ ) a su velocidad ( $v_p$ ) perpendicular a la dirección del campo y la intensidad del campo magnético ( $B$ ):

$$F_m = B \cdot q \cdot v_p \quad (5.3.1)$$



$$F_m = B \cdot q \cdot v \sin \theta \quad (5.3.2)$$

Vectorialmente se expresa:

$$\vec{F}_m = q \cdot \left( \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (5.3.3)$$

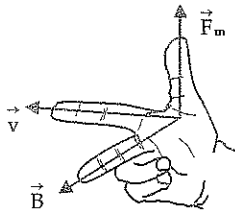
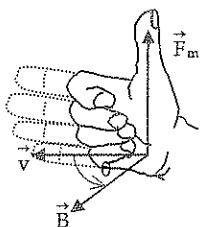
UNIDADES:

$$B = \frac{F}{q \cdot v_p}$$

$$[B] = \frac{[N]}{[C] \cdot \left[\frac{m}{s}\right]} = \left[\frac{N \cdot s}{C \cdot m}\right] = [\text{Tesla}] = [T]$$

$$1[T] = 1\left[\frac{\text{Weber}}{m^2}\right] = \left[\frac{Wb}{m^2}\right] = 10^4 [\text{Gauss}] = 10^4 [G]$$

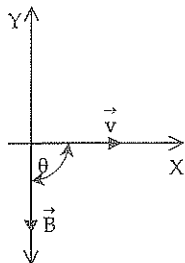
Para determinar la dirección de la fuerza magnética se utiliza la regla de la mano derecha (como para resolver un producto cruz cualquiera):



Para una carga negativa (-) el sentido de la fuerza magnética es opuesto al que se ejercería sobre una carga positiva (+).

Ejemplo:

1. Un protón se mueve a lo largo del eje X con una rapidez de 300 m/s y entra en un campo magnético de 500 T dirigido en el eje -Y. Determinar el vector fuerza magnética.



$$F_m = B \cdot q \cdot v \cdot \sin \theta$$

$$F_m = (500T) \cdot (1.6 \times 10^{-19} C) \cdot \left(300 \frac{m}{s}\right) \cdot \sin 90^\circ$$

$$F_m = 2.4 \times 10^{-14} \text{ (N)}$$

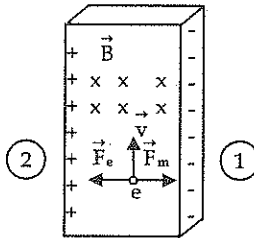
$$\vec{F}_m = -2.4 \times 10^{-14} \vec{k} \text{ (N)}$$

## 5.4 CORRIENTE ELECTRICA Y CAMPO MAGNETICO.-

Efecto Hall.- Se tiene un flujo de electrones en una placa metálica que se encuentra dentro de un campo magnético. La fuerza magnética ( $\vec{F}_m$ ) generada viene dada por:

$$\vec{F}_m = e \cdot \left( \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (5.4.1)$$

Debido a esta fuerza, la trayectoria de los electrones dentro de la cinta metálica es una curva y se produce una acumulación de electrones en la cara 1 de la placa, este fenómeno se denomina **efecto Hall**.



La acumulación de cargas produce un campo eléctrico  $\vec{E}$  y por tanto una fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$  dada por:

$$\vec{F}_e = e \cdot \vec{E} \quad (5.4.2)$$

En el equilibrio la fuerza eléctrica se iguala con la fuerza magnética:

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_e \quad (5.4.3)$$

Entonces:

$$\vec{v} \cdot \vec{B} = E \quad (5.4.4)$$

$$v = \frac{E}{B} \quad (5.4.5)$$

La ecuación (5.4.5) es útil en la determinación de la velocidad de arrastre de los electrones.

Si un conductor por el que circula corriente eléctrica se coloca en un campo magnético, sobre las cargas en movimiento se ejerce fuerza magnética dada por la ecuación (5.3.2). Si el conductor tiene una longitud ( $\ell$ ), la velocidad ( $v$ ) de las cargas está dada por:

$$v = \frac{\ell}{t} \quad (5.4.1)$$

Donde:  $t$  es el tiempo que tarda la carga en moverse la longitud  $\ell$

La intensidad de corriente en este caso viene dada por:

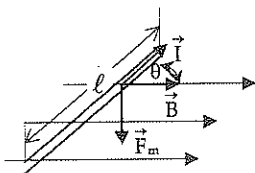
$$I = \frac{q}{t} \quad (5.4.2)$$

$$q = I \cdot t \quad (5.4.3)$$

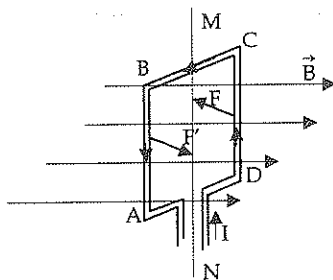
Si se reemplazan las ecuaciones 5.4.1 y 5.4.3 en la ecuación 5.3.2, la fuerza magnética ( $\vec{F}_m$ ) viene dada por:

$$F_m = \ell \cdot I \cdot B \cdot \sin \theta \quad (5.4.4)$$

$$\vec{F}_m = \ell \cdot \left( \vec{I} \times \vec{B} \right) \quad (5.4.5)$$



Si se coloca dentro de un campo magnético una espira de un conductor por la que circula corriente eléctrica, se ejercen sobre los dos lados AB y CD de la espira fuerzas magnéticas ( $\vec{F}$  y  $\vec{F}'$ ) de dirección contraria:



Estas fuerzas ( $\vec{F}$  y  $\vec{F}'$ ) hacen que la espira gire alrededor del eje MN.

Ejemplo:

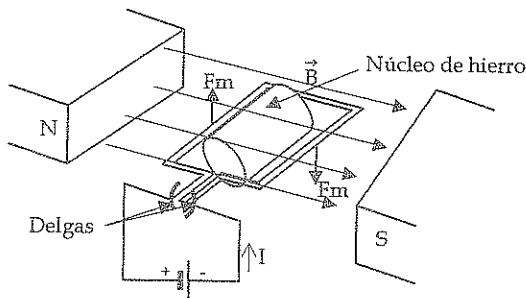
- Una espira cuadrada de 5 cm de lado se coloca en un plano perpendicular a un campo magnético de  $2 \text{ Wb/m}^2$  y por ella circula una corriente eléctrica de 3 A. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que experimenta?

$$F_m = 2 \cdot \ell \cdot I \cdot B \cdot \sin \theta$$

$$F_m = 2(5 \text{ cm}) \times \left( \frac{2 \text{ Wb}}{\text{m}^2} \right) \times \sin 90^\circ \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times 3 \text{ A}$$

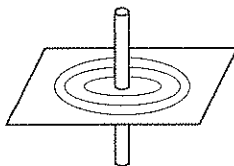
$$F_m = 0.6 \text{ N}$$

Una aplicación del movimiento de las espiras en un campo magnético lo constituye un motor de corriente continua. El mencionado motor está compuesto por un imán que genera un campo magnético uniforme en el cual se coloca un conjunto de espiras móviles en cuyo interior se encuentra un cilindro de hierro para reforzar el campo magnético. Para mantener el movimiento continuo de las espiras se tiene dos escobillas de grafito (delgas) que mantienen constante la dirección de la corriente.



Del famoso experimento de Oersted, relativo a la acción de la corriente eléctrica sobre la aguja de una brújula, se concluye que la corriente eléctrica crea a su alrededor un campo magnético con iguales características que el producido por un imán. Para estudiar este campo magnético se puede observar el efecto producido por un conductor rectilíneo (por el que circula corriente eléctrica) que atraviesa una placa de vidrio en la cual se colocan limaduras de hierro.

Se comprueba que las líneas de fuerza son circunferencias concéntricas y las superficies equipotenciales son cilindros cuyo eje central es el conductor.

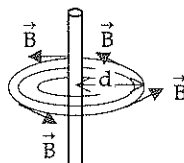
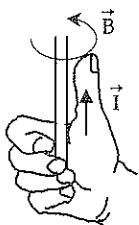


La ecuación para determinar la intensidad del campo magnético que produce la corriente que atraviesa el conductor se deduce mediante cálculos matemáticos muy avanzados que quedan fuera del alcance de esta obra por lo cual se presentan sin previa deducción:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d} \quad (5.4.5)$$

Donde:  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \times 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}$  y es la permeabilidad del medio.

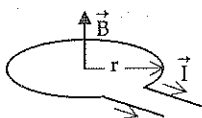
La dirección de  $B$  está dada por una convención, como se ilustra en la figura:



Para una espira circular de conductor el campo magnético en el centro viene dado por:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r} \quad (5.4.6)$$

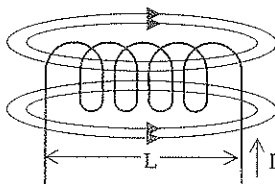
y su dirección es perpendicular al plano de la espira:





Al enrollar un conductor formando un conjunto de  $N$  espiras semejantes, se forma un solenoide (bobina). Si el radio de las espiras es pequeño comparado con la longitud del cilindro, la magnitud de  $B$  a lo largo del eje viene dado por:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{L} = n \cdot \mu_0 \cdot I \quad (5.4.7)$$



Donde:  $n = N/L$  y es la densidad lineal de vuelta y está dado en  $\left[ \frac{\text{vueltas}}{\text{m}} \right]$

### Ejercicios

- 5.4.1 Un electrón viaja en un campo magnético uniforme con una rapidez de 100 m/s en la dirección del eje  $X$  negativo y experimenta una fuerza magnética máxima de  $3 \times 10^{-10} \text{ N}$  en dirección  $Y$  negativo. ¿Cuál es la magnitud y dirección del campo magnético?
- 5.4.2 ¿Cuál es la corriente eléctrica que circula por una bobina de 300 espiras y de 10 cm de longitud si el campo magnético que genera es de 0.02 T?
- 5.4.3 Dos conductores rectilíneos paralelos se encuentran separados 0.5 m, los dos transmiten una corriente de 200 A en la misma dirección. Determinar el campo magnético en un punto situado a la mitad de la distancia entre los dos cables y en otro punto ubicado a 0.5 m de cualquiera de ellos?
- 5.4.4 Se construye un solenoide de 5 cm de diámetro con 100 m de alambre de 0.5 mm de diámetro. ¿Cuál es el campo magnético generado en el centro de este solenoide cuando por él circula una corriente de 0.5 A?
- 5.4.5 Dos alambres 1 y 2 paralelos transmiten corrientes de 50 A el 1 y 25 A el 2 en direcciones contrarias y se encuentran separados 2 m. ¿A qué distancia del primer alambre se anula el campo magnético?

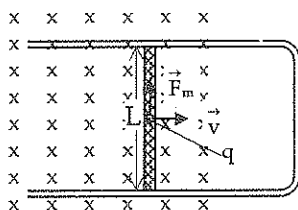
## 5.5 INDUCCION ELECTROMAGNETICA.-

Así como las corrientes eléctricas generan campo magnético es lógico suponer que un campo magnético en movimiento puede generar corriente en un circuito eléctrico cercano. Se comprueba en efecto que al introducir un imán en un solenoide, se produce en este último una corriente eléctrica que puede cuantificarse. Es de notar que la corriente inducida cesa en cuanto queda quieto el imán y que su sentido se invierte al retirarlo del solenoide. La intensidad de corriente es mayor mientras más rápido es el movimiento.

## 5.5.1 FUERZA ELECTROMOTRIZ.-

Si en el interior de un campo magnético ( $B$ ) uniforme se mueve una espira con velocidad ( $v$ ) perpendicular a la dirección del campo, los electrones de los dos lados de la espira experimentan una fuerza magnética ( $F_m$ ):

$$F_m = B \cdot q \cdot v \quad (5.5.1)$$



Esta fuerza magnética ( $F_m$ ) produce un movimiento de las cargas, por tanto una corriente eléctrica inducida. Si la carga se mueve una distancia  $L$  el trabajo ( $W$ ) realizado por la fuerza magnética será:

$$W = F_m \cdot L \quad (5.5.2)$$

$$W = B \cdot q \cdot v \cdot L \quad (5.5.3)$$

Conociendo que la fuerza electromotriz ( $V$ ) se calcula como:

$$V = \frac{W}{q}$$

$$\text{Entonces:} \quad V = B \cdot v \cdot L \quad (5.5.4)$$

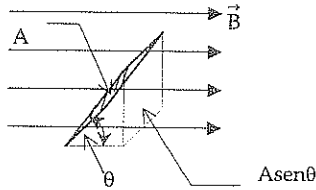
Si la velocidad no es perpendicular al campo magnético:

$$V = L \cdot B \cdot v \cdot \sin \theta \quad (5.5.5)$$

Donde:  $\theta$  es el ángulo formado entre  $B$  y  $v$

El número de líneas de fuerza que atraviesan un área ( $A$ ) determinada puede cuantificarse mediante una magnitud denominada flujo magnético ( $\phi$ ) que está definida como:

$$\phi = A \cdot B \cdot \sen \theta \quad (5.5.6)$$



UNIDADES:

$$\phi = B \cdot A$$

$$[\phi] = \left[ \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right] \cdot [\text{m}^2] = [\text{Wb}]$$

Si  $B$  es perpendicular a  $A$  ( $\theta = 90^\circ$ ) entonces el flujo magnético es máximo es decir el mayor número de líneas de fuerza atraviesan la espira.

Si  $B$  es paralelo a  $A$  entonces ninguna línea de fuerza atraviesa la espira por tanto el flujo es nulo.

Reemplazando  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  y  $\Delta A = \Delta x \cdot L$  en la ecuación 5.5.5:

$$V = \frac{\Delta A}{\Delta t} \cdot B \cdot \sen \theta \quad (5.5.7)$$

Reemplazando la ecuación 5.5.6 en la ecuación 5.5.7, se tiene:

$$V = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \quad (5.5.8)$$

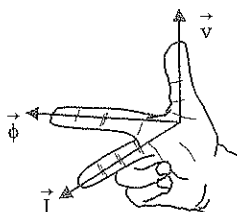
Para las  $N$  espiras de una bobina:

$$V = - \frac{N(\Delta \phi)}{\Delta t} \quad (5.5.9)$$

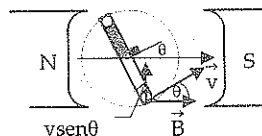
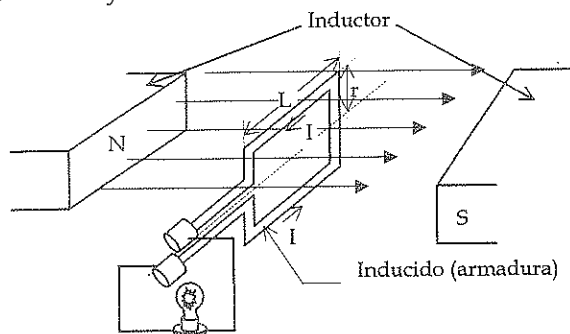
La ecuación 5.5.9 corresponde a la ley de Faraday y el signo negativo indica la polaridad de la fuerza electromotriz inducida que esta dada por la ley de Lenz que se enuncia:

“La fuerza electromotriz inducida genera una corriente cuyo campo magnético es opuesto al cambio de flujo que la produjo”.

La dirección de la corriente inducida viene dada por la regla de Fleming:



Una aplicación de la inducción de corriente eléctrica constituye el generador cuyo funcionamiento es básicamente inverso al del motor:



La fuerza electromotriz inducida se debe a los dos conectores de longitud  $L$  que giran en un círculo de radio  $(r)$ , por tanto la velocidad instantánea  $(v)$  está dada por:

$$v = \omega \cdot r \quad (5.5.10)$$

Donde:  $\omega$  es la velocidad angular de la espira.

Sustituyendo la ecuación 5.5.10 en la ecuación 5.5.5, se tiene que:

$$V = B \cdot L \cdot \omega \cdot r \cdot \text{sen } \theta \quad (5.5.11)$$

Considerando los dos segmentos de la espira:

$$V = 2 \cdot B \cdot L \cdot \omega \cdot r \cdot \text{sen } \theta \quad (5.5.12)$$

Como el área de la espira es:

$$A = L \cdot 2r \quad (5.5.13)$$

Entonces reemplazando la ecuación 5.5.13 en la 5.5.12:

$$V = A \cdot B \cdot \omega \cdot \text{sen } \theta \quad (5.5.14)$$

Para un número  $N$  de espiras y con  $\theta = \omega \cdot t$ :

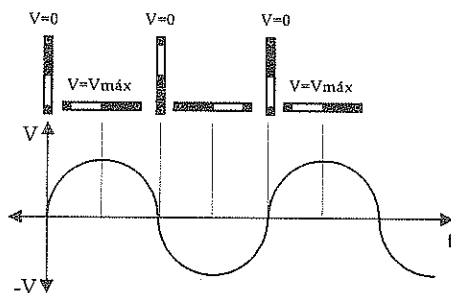
$$V = N \cdot A \cdot B \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (5.5.15)$$

Si las espiras giran a una velocidad angular ( $\omega$ ) constante en un campo magnético constante, la fuerza electromotriz inducida es una función sinusoidal del tiempo. Cuando  $\theta=90^\circ$ , la fuerza electromotriz es la máxima:

$$V_{\text{máx}} = N \cdot A \cdot B \cdot \omega \quad (5.5.16)$$

Reemplazando la ecuación 5.5.16 en la ecuación 5.5.15:

$$V = V_{\text{máx}} \sin(\omega \cdot t) \quad (5.5.17)$$



El generador produce solamente corriente alterna:

Ejemplo:

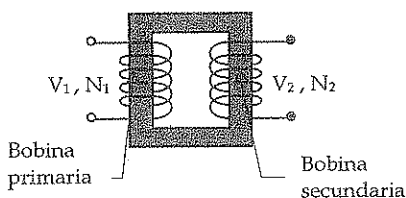
1. Un generador está construido con una armadura de 50 espiras cada una con un área de  $0.3 \text{ m}^2$  y gira con una velocidad de  $10 \text{ rad/s}$  en un campo magnético constante de  $0.02 \text{ T}$ . ¿Cuál es la fuerza electromotriz máxima que genera?

$$V_{\text{máx}} = (50) \cdot (0.3 \text{ m}^2) \cdot \left(0.02 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}\right) \cdot \left(10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$V_{\text{máx}} = 3 \text{ V} \quad \left[ V = \frac{\text{Wb}}{\text{s}} \right]$$

## 5.5.2 EL TRANSFORMADOR.-

El transformador es un dispositivo que permite variar el voltaje de un sistema de corriente alterna. Consta esencialmente de dos solenoides colocados en una armadura de hierro una frente a la otra:



$$V_1 = \frac{N_1 \cdot \Delta\phi}{\Delta t} \quad (5.5.18)$$

Si no existe pérdida de flujo magnético, la fuerza electromotriz inducida en cada vuelta es la misma en ambas bobinas y la fuerza electromotriz inducida en la bobina secundaria es:

$$V_2 = \frac{N_2 \cdot \Delta\phi}{\Delta t} \quad (5.5.19)$$

Dividiendo la ecuación 5.5.18 para la ecuación 5.5.19:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (5.5.20)$$

De esta manera la energía eléctrica de bajo voltaje puede transformarse en energía de alto voltaje, o viceversa, y la ecuación anterior se llama relación de transformación.

Debido a que las pérdidas por el efecto Joule en los conductores crece con el cuadrado de la intensidad de la corriente, conviene económicamente transportar la energía eléctrica a elevados voltajes y reducirlos mediante el uso de transformadores en los sitios de uso.

Ejemplo:

1. Un transformador consta de una bobina primaria de 1000 espiras y de una bobina secundaria de 200 espiras, la fuerza electromotriz que alimenta la primera bobina es 120V. ¿Qué voltaje se induce en la bobina secundaria?

$$V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

$$V_2 = \frac{200 \cdot 120 \text{ V}}{1000}$$

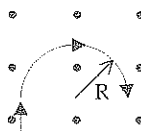
$$V_2 = 24 \text{ V}$$

### Ejercicios

- 5.5.1 Una espira rectangular de 5 cm de ancho por 10 cm de longitud gira en un campo magnético de 0.5 T. ¿A qué velocidad debe girar para que el voltaje inducido sea de 50 V?
- 5.5.2 Se construye un generador con una bobina rectangular de 4 cm por 8 cm de 80 vueltas, que gira a 1000 r.p.m. en un campo uniforme de 0.8 T. ¿Cuál es el valor del voltaje máximo?
- 5.5.3 Un transformador se construye con una bobina primaria de 400 espiras y es alimentado por una fuente de 12 V, la bobina secundaria tiene 2000 vueltas y se conecta a una resistencia de  $5\ \Omega$ . Determinar la intensidad de corriente que circula por la resistencia.

### EJERCICIOS PROPUESTOS

- 1.- ¿Con qué velocidad se mueve verticalmente una carga de 0.01 C dentro de un campo magnético uniforme de 10 T dirigido en el eje X positivo, si la misma experimenta una fuerza magnética de 20 N?
- 2.- Una carga de  $-2 \times 10^{-3}$  C viaja con una rapidez de 1000 m/s a través de un campo magnético uniforme cuya magnitud es 200 T. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre la carga si el ángulo entre los vectores velocidad y campo eléctrico es  $35^\circ$ ?
- 3.- Un conductor rectilíneo conduce una corriente de 3 A, ¿cuál es la magnitud del campo magnético a 50 cm del conductor?
- 4.- Un protón atraviesa perpendicularmente un campo magnético de 0.02 T, ¿qué velocidad debe tener para contrarrestar exactamente su peso?
- 5.- Por una lámina metálica de 6 mm de ancho fluye una corriente de electrones debido a una diferencia de potencial de 200 V. ¿Cuál es la velocidad de los electrones si la placa está colocada perpendicular a un campo magnético de 0.5 T?
- 6.- Mediante un campo magnético de 2 T se acelera un protón disparado perpendicularmente a la dirección del campo, como se muestra en la figura, el protón describe una trayectoria circular de 30 cm de radio. Determinar la velocidad del protón.



- 7.- En un acelerador de electrones el campo magnético es de 0.3 T, la partícula describe una circunferencia de 20 cm de radio, ¿cuál es la energía cinética de la partícula?
- 8.- El campo magnético terrestre tiene una magnitud de  $6 \times 10^{-5}$  T, ¿qué corriente debe circular por un conductor para que a 50 cm de este el campo magnético debido a esta corriente se iguale al campo magnético terrestre?
- 9.- ¿Qué corriente deberá fluir por una espira circular para que el campo magnético en su interior sea de 0.2 T?
- 10.- Una espira circular de 10 cm de diámetro conduce una corriente de 10 A, se coloca una segunda espira concéntricamente a la primera y por esta circula una corriente de 5 A. El campo magnético en el centro se anula. ¿Cuál es el radio de la segunda espira?
- 11.- Un conductor rectilíneo de 50 cm de largo conduce una corriente de 10 A. El conductor forma un ángulo de  $50^\circ$  con un campo magnético uniforme de 0.2 T. Determinar la fuerza magnética sobre el conductor.
- 12.- Un campo magnético de 0.05 T es perpendicular a la dirección de la corriente que circula por un conductor rectilíneo de 30 cm. Si la fuerza magnética experimentada es 2 N, ¿cuál es la magnitud de la corriente que circula por el conductor?
- 13.- Con un alambre se construyen cinco espiras circulares de 8 cm de radio, ¿cuál es la magnitud del campo magnético cuando por las espiras circula corriente de 8 A?
- 14.- Se construye un solenoide con 50 vueltas/cm. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el eje central de la bobina cuando esta conduce una corriente de 5 A?
- 15.- Sobre el solenoide anterior se enrolla una capa externa de alambre con 100 vueltas/cm, si se hace circular por esta una corriente de 3 A en dirección contraria a la primera, ¿cuál es la magnitud del campo magnético resultante?
- 16.- Un conductor rectilíneo de 20 cm de longitud se mueve perpendicularmente en un campo magnético de 0.2 T. ¿Con qué rapidez debe moverse para inducir una fuerza electromotriz de 0.5 V?
- 17.- A través de una bobina de 50 vueltas pasa un flujo magnético que varía de 30 a 8 Wb en 0.2 s. ¿Cuál es la corriente inducida si la bobina tiene una resistencia interna de  $3 \Omega$ ?
- 18.- Se construye un generador con 20 espiras cuadradas de 10 cm de lado haciéndolas rotar con una frecuencia de 60 Hz en un campo uniforme de 0.1 T. ¿Cuál es el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida y con qué frecuencia se alcanzará este valor?



- 19.- La armadura de un generador consta de 100 espiras cuyas dimensiones son 8 por 10 cm y gira en un campo magnético perpendicular al eje de la espira de 0.5 T. ¿A qué velocidad ha de girar la armadura para producir una fuerza electromotriz máxima de 100 V?
- 20.- Un transformador tiene el rendimiento del 90%, si a la bobina primaria se le aplican 100 V y circula por ella una corriente de 1 A, ¿cuál es el voltaje obtenido de la bobina secundaria si a través de esta circula una corriente de 0.3 A?

## EVALUACION OBJETIVA

## Completar:

1. Una carga en reposo genera un campo ..... y una carga en movimiento genera un campo .....
2. Al dividir un imán en dos partes se obtienen .....
3. Las líneas de fuerza de un campo magnético van siempre del polo ..... al polo .....
4.  $\left[ \frac{\text{Weber}}{\text{m}^2} \right] = [ \dots ] = \left[ \frac{\dots \cdot \text{s}}{\text{C} \cdot \dots} \right]$
5. Si dentro de un campo magnético un protón se desvía hacia arriba, un electrón se desvía hacia .....
6. La fuerza magnética es nula cuando la velocidad y el campo magnético forman un ángulo de .....°.
7. Si la velocidad es perpendicular al campo magnético, la carga describe una trayectoria ..... y la fuerza magnética es .....
8. En un campo magnético uniforme las líneas de fuerza son .....
9. La acumulación de electrones es una cara de una cinta conductora se conoce como .....
10. Las líneas de fuerza de un campo magnético alrededor de un conductor rectilíneo son .....
11. Para conseguir que una espira se mueva en un campo magnético uniforme es necesario que por ella .....
12. Un generador produce siempre corriente .....
13. Un transformador cambia la .....
14. El voltaje inducido en una bobina es proporcional al .....
15. Un campo magnético variable induce una .....

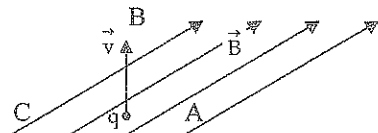
## Escribir verdadero (V) o falso (F):

1. Los polos magnéticos se presentan siempre en pares .....( )
2. La fuerza que se ejerce sobre una carga en movimiento debido a un campo magnético no cambia la energía de la carga .....( )
3. La fuerza que se ejerce sobre una carga en movimiento debido a un campo magnético es tangencial a las líneas de fuerza del campo magnético .....( )

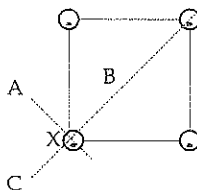
4. Las cargas magnéticas son desviadas en un campo magnético pero las cargas eléctricas no .....( )
5. Un conducto que transporta corriente eléctrica en dirección paralela a un campo magnético no experimenta fuerza .....( )
6. Las líneas de fuerza de un campo magnético se encuentran más separadas mientras mayor es la intensidad del campo .....( )
7. Las líneas de fuerza del campo magnético no tienen principio ni fin .....( )
8. El campo magnético dentro de un solenoide decrece conforme se aleja del eje central .....( )
9. El voltaje Hall es medido en una dirección perpendicular a la dirección del flujo de corriente .....( )
10. La inducción magnética puede producirse con un flujo magnético constante .....( )
11. Si el número de espiras de una bobina aumenta, la inducción magnética también aumenta .....( )
12. El rendimiento de un transformador puede ser del 100 % .....( )
13. El campo magnético generado por el inducido tiene sentido contrario al campo generado por el inductor .....( )
14. En un transformador siempre aumenta al voltaje secundario respecto al primario .....( )
15. Un transformador puede funcionar con corriente alterna y con corriente directa .....( )

Subrayar la respuesta correcta:

1. Cuando una partícula se mueve dentro de un campo magnético, esta experimenta una fuerza tal que:
  - a) La fuerza y la velocidad forman un ángulo cualquiera
  - b) La fuerza y el campo magnético pueden tener cualquier ángulo entre ellos
  - c) La velocidad y el campo magnético forman un ángulo cualquiera
  - d) Ninguna
2. Un electrón se mueve dentro de un campo magnético uniforme como se ve en la figura. La fuerza magnética tiene una dirección:
  - a) Hacia A
  - b) Hacia B
  - c) Hacia C
  - d) Ninguna



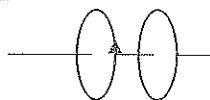
3. Se dispara un electrón dentro de un campo magnético uniforme de tal forma que la velocidad forma un ángulo de  $45^\circ$  con el campo. La trayectoria que sigue la partícula es:
- En línea recta
  - Una elipse
  - Una helicoidal
  - Ninguna
4. Un electrón se mueve por una región del espacio sin desviarse, entonces se puede decir que:
- No existe campo eléctrico ahí
  - No existe campo magnético ahí
  - La velocidad del electrón permanece constante
  - Ninguna
5. En el efecto Hall:
- El campo magnético debe aplicarse paralelo al flujo de corriente
  - La polaridad del voltaje Hall es independiente del signo de las cargas
  - Las cargas describen una trayectoria curva
  - Ninguna
6. En la figura se tienen cuatro conductores rectilíneos paralelos arreglados en forma de cuadrado. La fuerza ejercida sobre el conductor X tiene una dirección:
- Desde X hacia A
  - Desde X hacia B
  - Desde X hacia C
  - Ninguna



7. Una espira se coloca en un campo uniforme y por la espira circula una corriente eléctrica. La fuerza magnética que experimenta la espira:
- Es paralela al plano de la espira
  - Es perpendicular al plano de la espira
  - Tiende a orientarla de manera que el plano de la espira sea perpendicular al campo magnético
  - Ninguna

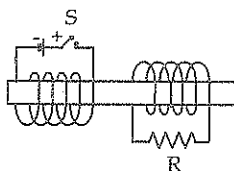
8. Dos espiras se colocan como indica la figura. La fuerza que ejerce la espira de la izquierda sobre la espira de la derecha será:

- a) Hacia la derecha
- b) Hacia la izquierda
- c) Cero
- d) Ninguna



9. Si se sostiene una lámina de cobre perpendicular a un campo magnético fuerte y se la intenta retirar:
- a) La fuerza que se experimenta se opone a la acción de retirarla
  - b) La fuerza que se experimenta contribuye a la acción de retirarla
  - c) No se experimenta ninguna fuerza
  - d) Ninguna

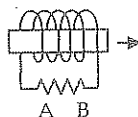
En el circuito de la figura: (preguntas 10, 11 y 12)



10. Cuando se cierra el interruptor S la corriente circula en R:
- a) De izquierda a derecha
  - b) De derecha a izquierda
  - c) No fluye corriente
  - d) Intermitentemente
11. Luego de mucho tiempo de cerrado del interruptor, en R la corriente fluye:
- a) De izquierda a derecha
  - b) De derecha a izquierda
  - c) No fluye corriente
  - d) Intermitentemente
12. Inmediatamente después de abrir el interruptor, la corriente en R fluye:
- a) De izquierda a derecha
  - b) De derecha a izquierda
  - c) No fluye corriente
  - d) Intermitentemente

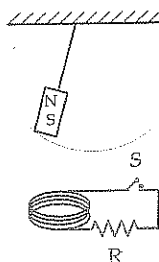
13. Se coloca un cilindro de aluminio dentro de un solenoide, como indica la figura y se lo mueve en la dirección de la flecha:

- a) La bobina tiende a rotar
- b) Fluye una corriente inducida de A hacia B
- c) Fluye una corriente inducida de B hacia A
- d) No se induce corriente

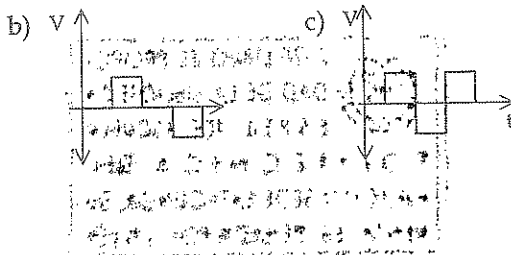
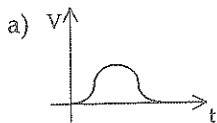
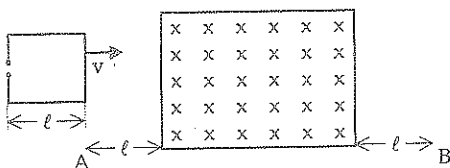


14. Un imán se suspende en forma de péndulo y se colocan  $N$  espiras sobre una mesa bajo el punto de suspensión, como se ve en la figura, el imán pendula con una frecuencia  $f$  sobre las espiras. La fuerza electromotriz inducida:

- a) Es oscilante y de frecuencia  $f$
- b) Es oscilante y de frecuencia  $2f$
- c) Depende del valor de  $R$
- d) Ninguna



15. Una espira rectangular se mueve dentro de un campo magnético uniforme como indica la figura desde el punto A hacia el punto B y viceversa. La curva que ilustra la variación de la fuerza electromotriz inducida respecto al tiempo es:



d) Ninguna