

### السلسلة رقم 03

## عوميات على الدوال



- مجموعة تعرف دالة
- انجاء التعبير على مجال
- القيم الحدية
- شفعية دالة
- الفراءة البيانية

③  $f(x) = x^{2021} + \frac{1}{x^{2021}}$  ④  $f(x) = x^4 - 2|x|$   
 ⑤  $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 5}$  ⑥  $f(x) = \frac{3x+1}{x^2}$   
 ⑦  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{2x^2+1}}$  ⑧  $f(x) = x - |x^2 - 1|$

#### 04 التمرين رقم

(1)  $f$  دالة معرفّة على  $\mathbb{R}$  :-

$$2f(x) + f(-x) = 3|x| - \sqrt{x^2 + 1}$$

✓ بيّن أنّ  $f$  دالة زوجية ، ثمّ استنتج عبارة  $f(x)$  بدلالة  $x$ .

(2)  $g$  دالة معرفّة على  $\mathbb{R}$  :-

$$3g(-x) + g(x) = x^3 + 4x$$

✓ بيّن أنّ  $g$  دالة فردية ، ثمّ استنتج عبارة  $g(x)$  بدلالة  $x$ .

#### 05 التمرين رقم

لنكّن  $f$  الدالة المعرفّة :-  $f(x) = 3 - \frac{1}{x+1}$  ،

( $C_f$ ) نمثلها البياني .

(1) عيّن  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  .

(2) احسب  $f(0)$  ،  $f(-10)$  ،  $f(7)$  و  $f(\sqrt{3})$  .

(3) جد سوابق العدد 0 بالدالة  $f$  .

(4) عيّن قيمتي العددين الحقيقين  $\alpha$  و  $\beta$  حتى تكون

$A(\alpha; 4)$  و  $B(5; \beta)$  نقطتين من ( $C_f$ ) .

(5) ادرس انجاء تغير  $f$  على  $D$  ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

#### 01 التمرين رقم

عيّن مجموعة تعريف الدالة  $f$  في كل حالة ممّا يلي :

①  $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$  ②  $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{2}$

③  $f(x) = x^2 - \sqrt{1-4x}$  ④  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$

⑤  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{|x|-2}$  ⑥  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-9}$

⑦  $f(x) = \sqrt{-x} + \sqrt{x+1}$  ⑧  $f(x) = \sqrt{|x|+5}$

#### 02 التمرين رقم

ادرس انجاء تغير الدالة  $f$  على المجال  $I$  في كل حالة من الحالات الآتية :

①  $f(x) = -\frac{3}{2}x + 7$  ;  $I = \mathbb{R}$

②  $f(x) = 1 - x^2$  ;  $I = [0; +\infty[$

③  $f(x) = 3 + \sqrt{5-x}$  ;  $I = ]-\infty; 5]$

④  $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$  ;  $I = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$

⑤  $f(x) = \frac{4}{x+2} - 10$  ;  $I = ]-2; +\infty[$

⑥  $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x-3}}$  ;  $I = ]3; +\infty[$

#### 03 التمرين رقم

ادرس شفعية الدالة  $f$  في كل حالة ممّا يلي :

①  $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$  ②  $f(x) = \sqrt{x^2+2020}$

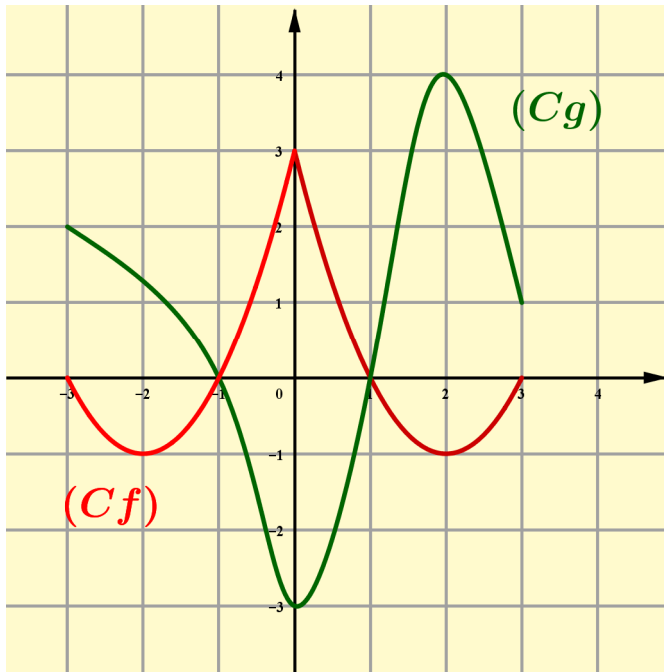
(3) فـارن بين العددـين  $g(-0,5)$  و  $g(-0,25)$  ، ثم بين  $g\left(\frac{5}{2}\right)$  و  $g\left(\frac{4}{3}\right)$ .

(4) شكّل جدول تغـيرات الدالـة  $f$  المعـرفـة على المـجال  $[-5;4]$  :  $f(x) = -g(x)$ .

(5) أنشئ  $(C_g)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم.

08 التمرين رقم

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان بيانيا كما في الشكل الموالي.



قراءة بيانية:

(1) عيّن  $D_g$  و  $D_f$ .

(2) عيّن الصور  $f(1)$ ،  $f(-2)$ ،  $g(0)$  و  $g(3)$ .

(3) فـارن بين  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  و  $f\left(\frac{2}{5}\right)$  مع التبرير.

(4) عيّن القيم الحديـة للدالـة  $g$ .

(5) حدّد إشارة  $f(x)$  و  $g(x)$  على المجال  $[-3;3]$ .

(6) حدّد شـفـعـية الدالـة  $f$  مع التعليل.

(7) شكّل جدول تغـيرات كل من الدالتين  $f$  و  $g$ .

(8) حل بيانيا المعادلات و المتراجحات التالية:

$$g(x) \geq 0 \quad ; \quad f(x) + 1 = 0$$

$$f(x) = g(x) \quad ; \quad g(x) < f(x)$$

06

التمرين رقم

باستعمال  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  الممثل في الشكل أدناه، أجب عن الأسئلة التالية:

(1) عيّن  $D_f$ .

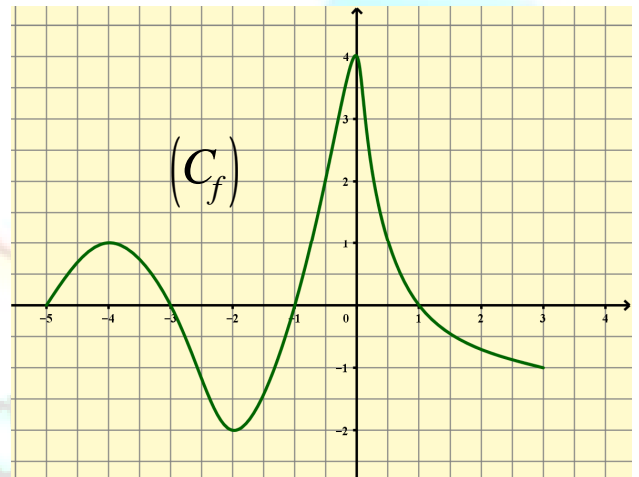
(2) عيّن  $f(-2)$  و  $f(0)$ .

(3) حل بيانيا المعادلة  $f(x) = 0$ .

(4) شكّل جدول إشارة الدالة  $f$ .

(5) عيّن القيم الحديـة للدالة  $f$ .

(6) شكّل جدول تغـيرات الدالة  $f$ .



07

التمرين رقم

$g$  دالة معرفة على  $[-5;4]$  بجدول تغـيراتها كما يلي:

$x$	-5	-2	0	1	2	4
$g(x)$	-2		0	2	0	-1

$(C_g)$  نمثلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد متجانس.

(1) أ- ما هي سوابق العدد 0 بالدالة  $g$  ؟

ب- استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $[-5;4]$ .

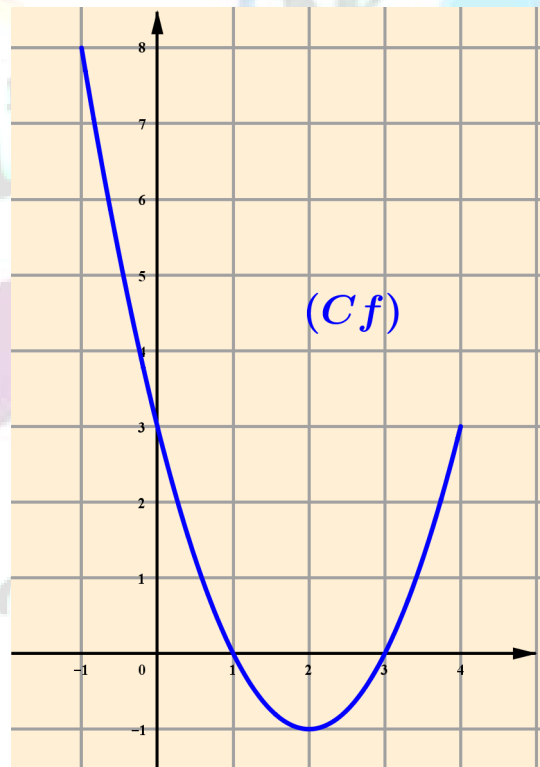
(2) عيّن -إن وجد- القيم الحديـة للدالة  $g$ .

## التمرين رقم 09

- $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 2|x| + 3$ ،  
( $C_f$ ) نُمثلها البياني.
- (1) اكتب  $f(x)$  دون رمز القيمة المطلقة.
  - (2) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$ ، فسّر النتيجة بيانيا.
  - (3) ادرس اتجاه تغير  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty; 0]$  و  $[0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.
  - (4) استنتج أن  $f$  نفل قيمة حدة بطلب تعيبتها.
  - (5) أنشئ ( $C_f$ ) في معلم متعامد متجانس.
  - (6) حل بيانيا المتراجحة  $f(x) + 3 > 0$ ، ثم تحقّق جربا من النتائج.

## التمرين رقم 10

$f$  الدالة المعرفة بنُمثلها البياني ( $C_f$ ) كما يلي:



(1) قراءة بيانية:

- أ- عيّن  $D_f$ ،  $f(-1)$ ،  $f(0)$  و  $f(1)$ .
- ب- حدّد السوابق الممكنة للعدد 0 و 3 بالدالة  $f$ .

ج- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

د- حل بيانيا المتراجحة  $f(x) > 0$ .

(2) علما أن عبارة  $f$  تكتب على الشكل:

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ، حيث  $a$ ،  $b$  و  $c$  أعداد حقيقيّة.

أ- اكتب كلا من  $f(-1)$ ،  $f(0)$  و  $f(1)$  بدلالة  $a$ ،

$b$  و  $c$ .

ب- اعتمدا على نتائج السؤال (1-أ)، جد قيم الأعداد

$a$ ،  $b$  و  $c$ .

(3)  $g$  دالة نألفية نُمثلها البياني على  $\mathbb{R}$  هو المستقيم

( $D$ ) المار بالنقطتين  $A(0;3)$  و  $B(3;0)$ .

أ- عيّن عبارة الدالة  $g$ ، ثمّ ارسم ( $D$ ) في المعلم السابق.

ب- حل بيانيا المعادلة  $f(x) = g(x)$  والمتراجحة

$f(x) \leq g(x)$ .

## التمرين رقم 11

إليك فيما يلي جزء من جدول تغيرات دالة  $f$  زوجية على مجموعة تعريفها، وليكن ( $C_f$ ) نُمثلها البياني.

$x$	-4	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	0	-3

(1) عيّن  $D_f$ ، ثمّ أكمل الجدول أعلاه.

(2) فارن بين  $f(-2)$  و  $f\left(-\frac{11}{8}\right)$ ، ثمّ بين  $f(1)$

و  $f\left(\frac{7}{5}\right)$  مع التعليل.

(3) عيّن سوابق العدد 0 بالدالة  $f$ ، ثمّ استنتج إشارة

$f(x)$  على  $D_f$ .

(4) عيّن القيم الحدة للدالة  $f$ .

(5) أنشئ ( $C_f$ ) في معلم متعامد متجانس.



12

التمرين رتم

لنكن  $f$  الدالة المعرفة بـ:  $f(x) = \frac{-x}{x^2-1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني.

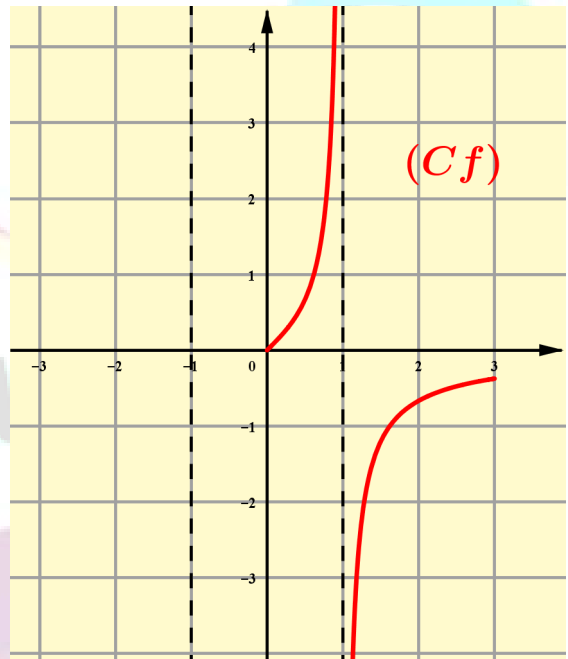
(1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $x^2-1=0$ ، ثم استنتج مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

(2) احسب  $f(0)$ ،  $f(2)$  و  $f(3)$ .

(3) ادرس شعبة الدالة  $f$ ، فسر النتيجة بياناً.

(4) استنتج دون حساب كلا من  $f(-2)$  و  $f(-3)$ .

(5) إلبك في الشكل الموالي جزء من  $(C_f)$ .



أ- أكمل رسم المنحنى  $(C_f)$  على المجموعة  $D = [-3; 3] - \{-1; 1\}$ .

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $D$ .

ج- لخص في جدول إشارة  $f(x)$  على  $D$ .



13

التمرين رتم

I. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان،  $(C_f)$  تمثيلها البياني.

(1) عيّن قيمتي  $a$  و  $b$  علماً أن  $(C_f)$  يشمل النقطتين

$$A(0; 20) \text{ و } B(2; 8).$$

(2) نضع الآن:  $f(x) = x^2 - 8x + 20$ .

أ- عيّن السوابق الممكنة للعدد 20 بالدالة  $f$ .

ب- نحقق أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(x) = (x-4)^2 + 4$ .

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty; 4]$  و  $[4; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

د- بين أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(x) - 4 \geq 0$ .

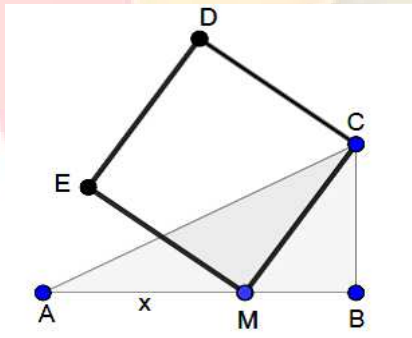
استنتج وجود قيمة حرجية للدالة  $f$  ثم عيّن.

II. نعتبر في المسنوي المثلث  $ABC$  القائم في  $B$

$$\text{حيث } AB = 4 \text{ cm, } BC = 2 \text{ cm}$$

$M$  نقطت من  $[AB]$  حيث  $AM = x$ .

$D$  و  $E$  نقطتان من المسنوي بحيث يكون الرباعي  $MCDE$  مربعاً. (انظر الشكل أدناه)

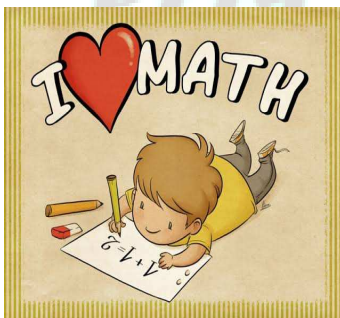


(1) ما هي القيم الممكنة لـ  $x$ ؟

(2) عبّر عن الطول  $MC$  بدلالة  $x$ .

(3) بين أن مساحة المربع  $MCDE$  هي  $f(x)$ .

(4) استنتج قيمة  $x$  حتى تكون مساحة المربع  $MCDE$  أصغر ما يمكن.



انزعج جميلاً ولو في غير موضعه  
فلن يضيع جميل أينما نزعج