

الحمد لله

« خواص المتغيرات العشوائية »

* التوقع (المتوسط) $E(X) =$

هو حاصل ضرب كل قيمة في احتمالها

« ليس متوسط حسابي »

X	X_1	X_2	X_3
$P_{X=X_1}$	$P_{X=X_1}$	$P_{X=X_2}$	$P_{X=X_3}$
$E(X)$	$X_1 * P_{X=X_1}$	$X_2 * P_{X=X_2}$	$X_3 * P_{X=X_3}$

 $E(X)$ هو متوسط هذه

القيمة

$$E(X) = \sum X f(x) \quad \text{متغير متقطع}$$

$$E(X) = \int_a^b x f(x) dx \quad \text{متصلة}$$

نهاية الفترة b
بداية الفترة a

مثال 16

$$P_{(X)} = \begin{cases} kx(2-x) & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

أوجد k قيمة $P_{1 < X < 2}$ $E(X)$, $E(2X-3)$

* Sol *

$$\rightarrow k \int_0^2 (2x - x^2) dx = 1$$

$$k \left[\frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 1 \rightarrow k = 3/4$$

$$\rightarrow P_{1 < X < 2} = \int_1^2 \frac{3}{4} (2x - x^2) dx = \leftarrow$$

$$\rightarrow E(x) = \int_0^2 x \cdot x \cdot \frac{3}{4} (2-x) dx = \int_0^2 \frac{3}{4} x^2 (2-x) dx$$

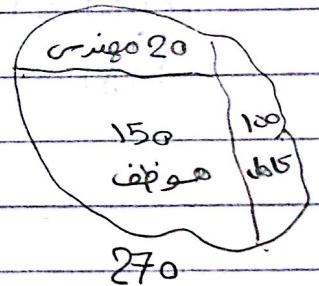
$$= \int_0^2 \frac{3}{4} (2x^2 - x^3) dx$$

$$E(2x-3) = \int_a^b (2x-3) f(x) dx$$

$$\begin{aligned} &\text{نشیل کد } x \\ &\text{وہجہ } (2x-3) \\ &= \int_0^2 (2x-3) \left(\frac{3}{4} (2-x)\right) dx \end{aligned}$$

$$E(x^2) = \int_a^b x^2 f(x) dx, \quad E(x-3)^2 = \int_a^b (x-3)^2 f(x) dx$$

مہینہ 270 شیخہ سے اختیار (3) شیخہ سے سکا
کس وائی وکان x پر مبنی اختیار مہینہ



ا-سب $E(x)$

* 501 *

x	0	1	2	3	Σ
$P(x)$	a	b	c	d	1
$E(x)$	0	b	2c	3d	$\Sigma(x)$
$E(x^2)$	0	b	4c	9d	$\Sigma(x^2)$

$$P_{x=0} = \frac{C_0^{20} C_3^{250}}{C_3^{270}} = a$$

$$P_{x=1} = \frac{C_1^{20} C_2^{250}}{C_3^{270}} = b, \quad P_{x=2} = \frac{C_2^{20} C_1^{250}}{C_3^{270}} = c, \quad P_{x=3} = d$$

اذا كان المطلوب $E(x)^2$ نقوم بتربيع قيمة $E(x)$ وهكذا.

خواص التوقع

$$E(5) = 5$$

1) توقع الثابت = الثابت

$$E(ax+b) = aE(x) + b, \quad E(ax) = aE(x), \quad E(2x-3) = 2E(x) - 3 \quad 2)$$

$$E(x+y) = E(x) + E(y), \quad E(x-y) = E(x) - E(y) \quad 3)$$

دالة $E(x \cdot y) = E(x) \cdot E(y)$

$$E(x) E(x-3)^2 = E(x^2 - 6x + 9) = E(x^2) - 6E(x) + 9$$

* ————— *

مثال 85 [13]

متغيرات x, y

$$P(x) = 12x^2(1-x) \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$P(y) = 2y \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$E\left(\frac{y}{x^2} + \frac{x}{y}\right)$$

* Sol *

$$E(x) = \int_0^1 12x^3 - 12x^4 dx = \left[\frac{12x^4}{4} - \frac{12x^5}{5} \right]_0^1 = 3 - \frac{12}{5} = \frac{3}{5}$$

$$E(y) = \int_0^1 2y^2 dy = \left[\frac{2y^3}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$E\left(\frac{y}{x^2} + \frac{x}{y}\right) = E\left(\frac{y}{x^2}\right) + E\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= E(y) \cdot E\left(\frac{1}{x^2}\right) + E(x) \cdot E\left(\frac{1}{y}\right)$$

$$E\left(\frac{a}{b}\right) = E(a) \cdot E\left(\frac{1}{b}\right)$$

*

*

Var
~~Var~~ (X) Variance

* التباين (الانحراف المعياري)
 مقياس للتشتت
 * الانحراف المعياري "σ"

ب	د	درجات
8	4	مجموعتي من الطلاب
7.5	9	
8.5	8	
7.8	7	
8.1	9	
	6	
	5	
المتوسط	8	المتوسط
متوسط التوزيع	8.5	

$$\text{Var } \cancel{\text{Var}}(X) = E(X)^2 - (E(X))^2 = \sigma^2$$

↓
 $E(X^2) = \sum X^2 P(X)$

الانحراف المعياري σ = √ Var(X)

* تباين الثابت = 0
 $\text{Var}(a) = 0$
 $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$
 $\text{Var}(aX+b) = a^2 \text{Var}(X) + \text{Var}(b) = a^2 \text{Var}(X)$
 (بما أن Var(b) = 0)

[Ex] $\text{Var}(X+3)^2 = \text{Var}(X^2+6X+9)$
 $= \text{Var}(X^2) + 36 \text{Var}(X)$

* $\sigma(X-1) = \sqrt{\text{Var}(X-1)} = \sqrt{\text{Var}(X)}$

[Ex] $\text{Var}(X^2) = E(X^4) - (E(X^2))^2$